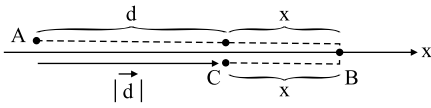


پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۴ با توجه به شکل داریم:

$$l = d + x = ۸۰۰m \quad (۱)$$



با توجه به نسبت مسافت طی شده به بزرگی جابه‌جایی داریم:

$$\frac{l}{|\vec{d}|} = \frac{v}{3} \rightarrow l = \frac{v}{3} |\vec{d}| \rightarrow d + 2x = \frac{v}{3} d \rightarrow \boxed{2x = \frac{4}{3}d} \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}d} \quad (۲)$$

$$(۲), (۱) \rightarrow d + \frac{2}{3}d = ۸۰۰ \rightarrow \frac{5}{3}d = ۸۰۰ \rightarrow \boxed{d = ۴۸۰m}$$

۲ گزینه ۱

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ در صورتی در مدت $\Delta t = t_2 - t_1$ جابه‌جایی متحرک صفر می‌شود که حرکت با شتاب ثابت صورت گیرد. چون حرفی از چگونگی شتاب زده نشده، نمی‌توان گفت که الزاماً جابه‌جایی صفر است.

ب) درست؛ در حرکت در امتداد خط راست، اگر متحرک تغییر جهت دهد، الزاماً اندازه جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده است.

پ) نادرست؛ جهت بردار مکان در صورتی که متحرک از مبدأ مکان عبور کند، عوض می‌شود. پس در اینجا نمی‌توان گفت که الزاماً بردار مکان تغییر جهت داده است.

ت) نادرست؛ چون جهت سرعت معلوم نیست، نمی‌توان تعیین کرد که در ابتدا از مبدأ دور یا به آن نزدیک می‌شده است.

۳

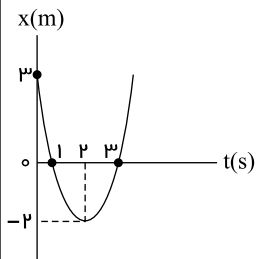
گزینه ۲ ابتدا لحظه یا لحظه‌هایی که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد را می‌یابیم. می‌دانیم که هنگام عبور از مبدأ مکان $x = ۰$ است، بنابراین داریم:

$$x = 2t^2 - 4t + 6$$

$$x = ۰ \rightarrow 2t^2 - 4t + 6 = ۰ \Rightarrow t^2 - 2t + 3 = ۰ \quad \begin{cases} t = ۱s \\ t = 3s \end{cases}$$

حال با توجه به اینکه معادله مکان - زمان داده شده مربوط به یک سهمی است، با رسم سهمی می‌توان مختصات رأس سهمی و پس از آن مسافت طی شده را به صورت زیر محاسبه کرد.

$$x = 2t^2 - 4t + 6 \xrightarrow{t=2s} x = 2(2)^2 - 4(2) + 6 \Rightarrow x = -2m$$



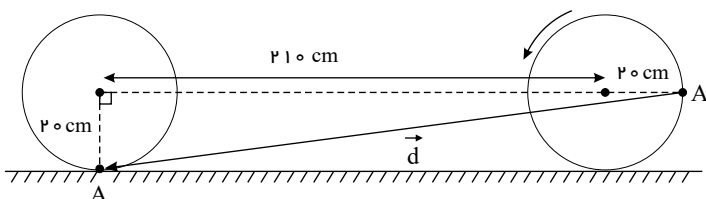
پس بین دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ متحرک مسافتی معادل $4m$ را پیموده است.

۴

گزینه ۲ مرکز حلقه به صورت افقی جابه‌جا می‌شود و جابه‌جایی آن برابر با مقدار مسافت طی شده بر روی محیط دایره است. بنابراین ابتدا تعداد دورهای چرخش حلقه را می‌یابیم:

$$n = \frac{210}{2\pi r} = \frac{210}{2 \times 3 \times 20} \rightarrow n = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} \quad \text{دور}$$

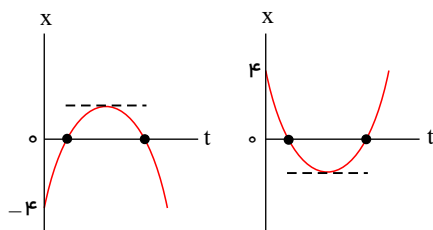
بنابراین برای آنکه مرکز حلقه، $210cm$ جابه‌جا شود، باید حلقه یک دور کامل به اضافه $\frac{3}{4}$ دور بچرخد. مطابق شکل زیر، اندازه بردار جابه‌جایی نقطه A برابر است با:



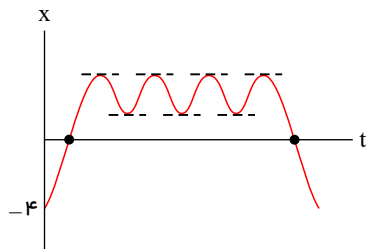
$$d = \sqrt{(r+x)^2 + r^2} = \sqrt{(20+210)^2 + 20^2} = 10\sqrt{533}cm$$

۵ گزینه ۴ چون متحرک ۲ بار از مبدأ گذشته الزاماً حداقل یکبار تغییر جهت داده است:

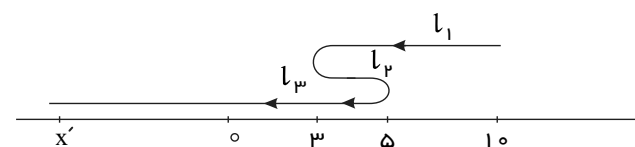
فیزیک دوازدهم فصل یک



اما دقت داشته باشید که در بین این ۲ بار که از مبدأ می‌گذرد می‌تواند بی‌نهایت بار تغییر جهت بدهد. برای مثال به نمودار مکان - زمان زیر دقت کنید.



۶ گزینه ۳

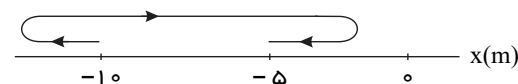


$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1s]{s_{av} = 2 \frac{m}{s}} \ell = 3 \times 1 = 24m$$

$$\ell = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 \Rightarrow 24 = (10 - 3) + (5 - 3) + (5 - x') \Rightarrow x' = -10m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x' - x_0}{1} \xrightarrow[x_0 = 10m]{x' = -10m} v_{av} = -\frac{20}{1} = -20 \frac{m}{s}$$

۷ گزینه ۳ با توجه به بردارهای مکان و سرعت ساده‌ترین مسیر حرکت مطابق نمودار زیر است.



اکنون با توجه به نمودار بالا گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) در لحظاتی که جهت حرکت متحرک تغییر کرده است، تندی متحرک صفر شده است. بنابراین حداقل دو بار تندی متحرک، برابر صفر شده است. (درست)

(ب) با توجه به اینکه در لحظه $t_2 = 5s$ متحرک در جهت منفی از مکان $x_2 = -5m$ عبور می‌کند، بنابراین در این لحظه متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است. (درست)

(پ) جهت بردار مکان متحرک زمانی تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ مکان عبور کند. با توجه به اینکه مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی $9m$ است. بنابراین متحرک از مبدأ مکان

($x = 0$) عبور نمی‌کند و لذا جهت بردار مکان آن تغییر نمی‌کند. (درست)

(ت) با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم: (نادرست)

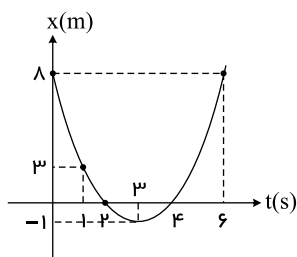
$$\vec{v}_{av} = \frac{(x_2 - x_1)\vec{i}}{t_2 - t_1} \xrightarrow[x_1 = -10m, t_1 = 2s]{x_2 = -5m, t_2 = 5s} \vec{v}_{av} = \frac{5}{3}\vec{i} \left(\frac{m}{s}\right)$$

۸ گزینه ۲ جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، زیرا مکان اولیه و مکان نهایی آن‌ها یکسان می‌باشد. از طرفی متحرک B جابه‌جایی را در زمان کمتری انجام داده است، بنابراین طبق رابطه

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \text{ سرعت متوسط متحرک B بزرگتر از سرعت متوسط متحرک A است.}$$

۹ گزینه ۳ با توجه به معادله مکان - زمان داده شده متحرک در لحظات $t = 2s$ و $t = 4s$ از مبدأ عبور می‌کند و نمودار مکان - زمان آن سهمی به شکل زیر است:

فیزیک دوازدهم فصل یک



L مسافت طی شده در بازه زمانی ۱ تا ۳ ثانیه است که ۴ متر است.

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (m/s)}$$

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{8 - 0}{6 - 4} = 4 \text{ (m/s)} \rightarrow \frac{s_{av}}{|\vec{v}_{av}|} = \frac{1}{2}$$

۱۰ گزینه ۱ بررسی گزینه‌ها:

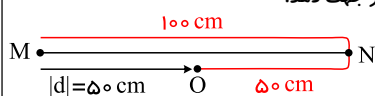
گزینه ۱: طبق رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t}$ چون $\Delta t > 0$ است، دو بردار $\vec{v}_{av}$ و $\vec{\Delta x}$ همواره هم‌جهت‌اند. (درست)

گزینه ۲: در حرکت روی خط راست در صورتی که تغییر جهت داشته باشیم، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده با هم برابر نیستند. (نادرست)

گزینه ۳: در مدت زمان مشخص در صورتی که متحرک تغییر جهت بدهد، تندی متوسط متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر نیست. (نادرست)

گزینه ۴: همواره اندازه جابه‌جایی متحرک کوچک‌تر یا مساوی مسافت طی شده توسط آن است. (نادرست)

۱۱ گزینه ۴ اگر متحرکی در امتداد یک خط راست حرکت کند، در صورتی مسافت طی شده از بزرگی جابه‌جایی‌اش بیشتر است که متحرک تغییر جهت دهد.



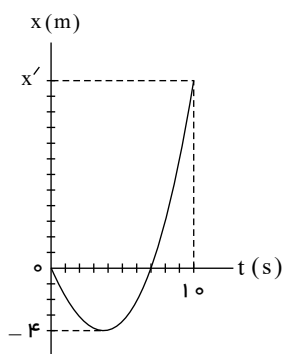
در جابه‌جایی از M به N و سپس N به O (وسط مسیر)، جابه‌جایی و مسافت طی شده به صورت مقابل است:

$$l = 100 + 50 = 150 \text{ cm}$$

$$\Delta x = |d| = 50 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{\Delta x} = \frac{150}{50} = 3$$

۱۲ گزینه ۳ اگر فرض کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار دارد. نمودار مکان برحسب زمان مطابق شکل زیر می‌شود.



ابتدا مکان انتهایی متحرک در لحظه $t = 10 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$l = 20 \text{ m} \Rightarrow x' + 2 \times 4 = 20 \Rightarrow x' = 12 \text{ m}$$

با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{12 - 0}{10} \vec{i} = 1.2 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

۱۳ گزینه ۳ شرط نزدیک شدن متحرک به مبدأ مکان این است که بردار سرعت ($\vec{v}$) و مکان ($\vec{d}$) خلاف جهت باشند (به عبارتی $dv < 0$ باشد) که این شرط فقط در گزینه ۳ مشاهده می‌شود.

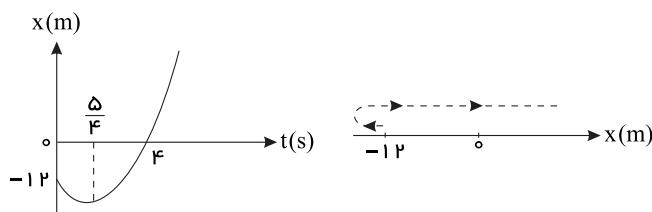
توضیح بیشتر:

اگر متحرک جلوی مبدأ باشد $d > 0$ باید به سمت عقب حرکت کند $v < 0$ پس v, d خلاف جهت

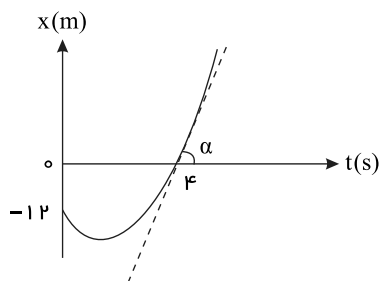
اگر متحرک عقب مبدأ باشد $d < 0$ باید به سمت جلو حرکت کند $v > 0$ پس v, d خلاف جهت

- ۱۴ گزینه ۴ سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می آید که Δx برای هر سه متحرک یکسان است ولی Δt برای متحرک C کمترین است زیرا کمترین مسافت را با تندی ثابت و یکسان می پیماید. (دقت کنید کمترین فاصله دو نقطه خط راستی است که این دو نقطه را به هم وصل می کند.)
بنابراین $(v_{av})_C$ بیشتر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_B$ است.

- ۱۵ گزینه ۱ الف برای آن که جهت بردار مکان تغییر کند، جسم باید از مبدأ مکان عبور کند. در این صورت داریم:
یعنی در لحظه $t = 4s$ جهت بردار مکان تغییر می کند. (نادرست)
(ب) نمودار مکان - زمان حرکت جسم مطابق شکل است. با توجه به نمودار مشخص می شود که جسم در ۴ ثانیه اول حرکت ابتدا در جهت منفی محور و سپس در جهت مثبت محور حرکت کرده است. (نادرست)



(پ) با توجه به نمودار مشخص می شود که در لحظه $t = 4s$ شیب خط مماس بر نمودار دارای مقداری مخالف صفر است. (نادرست)



(ت) از لحظه شروع حرکت تا لحظه $t = 4s$ جسم در مکان های منفی قرار دارد، بنابراین بردار مکان آن نیز خلاف جهت محور x است. (نادرست)

- ۱۶ گزینه ۴ ثانیه دوم یعنی بین دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$. با قرار دادن این زمان ها در معادله حرکت، مکان متحرک را یافته، سپس سرعت متوسط را محاسبه می کنیم.
$$x = t^2 - 3t^2 + 2t - 7 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \rightarrow x_1 = -7m \\ t_2 = 2s \rightarrow x_2 = -7m \end{cases} \rightarrow \Delta x = 0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{1} = 0$$

۱۷ گزینه ۲

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow v - v_0 = 0 \rightarrow v = v_0 \rightarrow t^2 - 10t - 2 = (0)^2 - 10(0) - 2$$

$$t^2 - 10t = 0 \rightarrow t^2 = 10t \rightarrow t = 10s$$

شتاب متوسط در بازه زمانی ۰ تا ۱۰ ثانیه صفر می شود. حال در این لحظه سرعت متحرک را به دست می آوریم که برابر است با:

$$v = (10)^2 - 10(10) - 2 \rightarrow v = -2 \frac{m}{s}$$

راه دوم: با توجه به این که $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، سرعت متحرک در لحظه $t = 10s$ برابر با سرعت اولیه متحرک است.

بنابراین:

$$v_{t=10s} = v_0 = 0^2 - 10 \times 0 - 2 = -2 \frac{m}{s}$$

۱۸ گزینه ۲ سرعت متحرک در لحظه شروع حرکت:

$$t = 0 \Rightarrow v = -8 \frac{m}{s}$$

محاسبه لحظه توقف، یعنی سرعت صفر:

$$0 = 2t^2 - 6t - 8 \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4s \\ t = -1s \end{cases}$$

یعنی متحرک فقط در لحظه $t = 4s$ توقف دارد. بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-8)}{4 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

۱۹ گزینه ۳ دو ثانیه سوم حرکت یعنی از لحظه $t_1 = ۴(s)$ تا $t_۲ = ۶(s)$ پس داریم:

$$v = t^۲ - ۷t + ۶$$

$$t_1 = ۴(s) \rightarrow v_1 = -۶(m/s)$$

$$t_۲ = ۶(s) \rightarrow v_۲ = ۰$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_1}{t_۲ - t_1} = \frac{۰ - (-۶)}{۶ - ۴} = \frac{۶}{۲} \rightarrow a_{av} = ۳m/s^۲$$

۲۰ گزینه ۴ برای تعیین شتاب متوسط، باید سرعت متحرک را در لحظه‌های t_1 و $t_۲$ محاسبه کنیم و سپس با استفاده از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، مقدار آن را بیابیم. بنابراین داریم:

$$v = \frac{۳}{۲}t^۲ \begin{cases} v_1 = \frac{۳}{۲}t_1^۲ \\ v_۲ = \frac{۳}{۲}t_۲^۲ \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_1}{t_۲ - t_1} = \frac{\frac{۳}{۲}t_۲^۲ - \frac{۳}{۲}t_1^۲}{t_۲ - t_1} = \frac{\frac{۳}{۲}(t_۲ - t_1)(t_۲ + t_1)}{t_۲ - t_1} \rightarrow a_{av} = \frac{۳}{۲}(t_۲ + t_1)$$

۲۱ گزینه ۱ طبق تعریف شتاب متوسط، داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۴ = \frac{v_۲ - v_1}{۵} \Rightarrow v_۲ - v_1 = -۲۰ \frac{m}{s} \quad (۱)$$

از طرفی طبق قضیه کار-انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_۲ - K_1 = \frac{1}{۲}m(v_۲ - v_1)(v_۲ + v_1) \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{1}{۲}(۲۰۵)(-۲۰)(v_۲ + v_1) \Rightarrow v_۲ + v_1 = -۸ \frac{m}{s^۲} \quad (۲)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲)، داریم:

$$\begin{cases} v_۲ - v_1 = -۲۰ \\ v_۲ + v_1 = -۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = +۶ \frac{m}{s} \\ v_۲ = -۱۴ \frac{m}{s} \end{cases}$$

۲۲ گزینه ۳ طبق رابطه‌های $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، همواره v_{av} با Δx و a_{av} با Δv هم علامت‌اند. در نتیجه فقط عبارت «الف» صحیح است.

۲۳ گزینه ۳ برای آنکه علامت x در لحظه $t = ۲s$ عوض شود، باید متحرک در $t = ۲s$ در مبدأ مکان حضور داشته باشد.

$$x = ۲m(۲)^۲ - (m^۲ + ۴)(۲) + ۲ = ۰ \Rightarrow ۸m - ۲m^۲ - ۸ + ۲ = ۰ \Rightarrow m^۲ - ۴m + ۳ = ۰ \Rightarrow (m - ۱)(m - ۳) = ۰ \Rightarrow m = ۱, ۳$$

از طرفی متحرک در $t = ۱s$ در مکان $x = -۵m$ قرار دارد، پس:

$$-۵ = ۲m(۱)^۲ - (m^۲ + ۴)(۱) + ۲ \Rightarrow m^۲ - ۲m - ۳ = ۰ \Rightarrow (m - ۳)(m + ۱) = ۰ \Rightarrow (m - ۳)(m + ۱) = ۰ \Rightarrow m = ۳, -۱$$

به ازای $m = ۳$ ، هر دو شرط ذکر شده در صورت سؤال برقرار است.

۲۴ گزینه ۲ چون شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = ۶s$ صفر است $\leftarrow v_۶ = ۰$

نکته: ثانیه ششم یعنی بازه $t = ۵s$ تا $t = ۶s$:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۶ - v_۵}{۶ - ۵} \Rightarrow a_{av} = \frac{۰ - \frac{۵}{۳}}{۱} = -\frac{۵}{۳} \frac{m}{s^۲}$$

$$v = \text{شیب خط مماس بر نمودار} = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳}$$

۲۵ گزینه ۲

$$(a_{av})_{۵s-۱۰s} = \frac{v_{۱۰} - v_۵}{۱۰s - ۵s} = -۴ \Rightarrow v_{۱۰} - v_۵ = -۲۰ \frac{m}{s} \quad (۱)$$

$$(a_{av})_{۱۰s-۱۲s} = \frac{v_{۱۲} - v_{۱۰}}{۱۲s - ۱۰s} = ۲ \Rightarrow v_{۱۲} - v_{۱۰} = ۴ \frac{m}{s} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow (v_{۱۲} - v_{۱۰}) + (v_{۱۰} - v_۵) = ۴ + (-۲۰) \Rightarrow v_{۱۲} - v_۵ = -۱۶ \Rightarrow (a_{av})_{۵s-۱۲s} = \frac{v_{۱۲s} - v_{۵s}}{۱۲s - ۵s} = -\frac{۱۶}{۷} \frac{m}{s^۲} \Rightarrow (a_{av})_{۵s-۱۲s} = -\frac{۱۶}{۷} \frac{m}{s^۲}$$

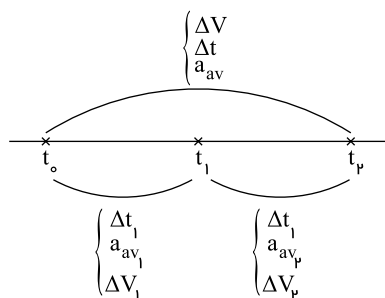
چون $\vec{a}_{av}$ ها و $\vec{v}$ ها همگی در امتداد محور x بودند.

۲۶ گزینه ۳ دقت کنید که متحرک در دو مرحله متوالی دارای تغییر سرعت $\vec{v}_1 = ۳\vec{i}$ و $\vec{\Delta V}_1 = -۵\vec{i}$ است. برای تعیین شتاب متوسط داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{\Delta V}_1 + \vec{\Delta V}_۲}{\Delta t_1 + \Delta t_۲} = \frac{۳\vec{i} - ۵\vec{i}}{۲ + ۳} = \frac{-۲\vec{i}}{۵} = -۰٫۴\vec{i} \frac{m}{s^۲}$$

۲۷ گزینه ۳

به طور کلی در حرکت در امتداد محور x داریم:



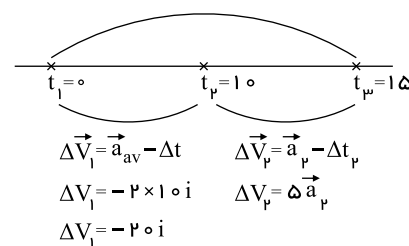
$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_p$$

در اینجا:

$$\Delta \vec{V} = \vec{a} \times \Delta t = \frac{2}{3} \times 15 \vec{i} = \Delta \vec{V} = 10 \vec{i}$$

$$\Delta V_1 = \vec{a}_{av} \times \Delta t = -2 \times 10 \vec{i} \rightarrow \Delta V_1 = -20 \vec{i}$$

$$\Delta V_p = \vec{a}_p \times \Delta t_p = -2 \rightarrow \Delta V_p = -20 \vec{i}$$



$$\Delta \vec{V} = \Delta \vec{V} \rightarrow 10 \vec{i} = -20 \vec{i} + 5 \vec{a}_p \rightarrow \vec{a}_p = 6 \vec{i}$$

۲۸ گزینه ۱ طبق صورت سؤال سرعت متوسط در بازه زمانی $2s$ تا $12s$ با سرعت در لحظه $t = 2s$ برابر است. مطابق شکل با توجه به شیب خط مماس در لحظه $t = 2s$ داریم:

$$v(t = 2s) = \frac{6 - 2}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_{av(2s-12s)} = v_{(t=2s)} \Rightarrow \frac{x - 6}{10} = 2 \Rightarrow x = 26m$$

حال سرعت متحرک را در لحظه $t = 12s$ به دست می آوریم. با توجه به شیب خط مماس در لحظه $t = 12s$ داریم:

$$v_{(t=12s)} = \frac{26}{12 - 2} = \frac{26}{10} = 2.6 \frac{m}{s}$$

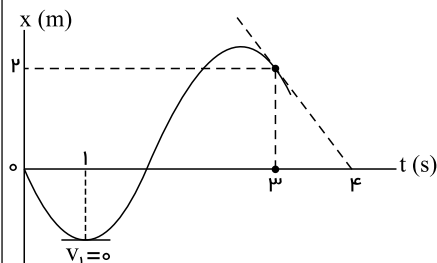
در نهایت شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $2s$ تا $12s$ می یابیم:

$$a_{av(2s-12s)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{(12s)} - v_{(2s)}}{12 - 2} = \frac{2.6 - 2}{10} = \frac{0.6}{10} \rightarrow a_{av} = 0.06 \frac{m}{s^2}$$

۲۹ گزینه ۳ نکته: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، با سرعت متحرک در آن لحظه برابر است.

برای تعیین شتاب متوسط با استفاده از نمودار $x - t$ ، باید با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه، سرعت لحظه ای را تعیین کنیم و سپس با استفاده از رابطه شتاب متوسط، مقدار آن را بیابیم.

بنابراین داریم:



$$\begin{aligned} & \text{شیب خط مماس بر } x - t \text{ در لحظه } t = 1s \rightarrow v_1 = 0 \\ & \text{شیب خط مماس بر } x - t \text{ در لحظه } t = 3s \rightarrow v_3 = 2 \\ & a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_1}{t_3 - t_1} = \frac{2 - 0}{3 - 1} = 1 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

۳۰ گزینه ۱ برای تعیین شتاب متوسط در کل

فیزیک دوازدهم فصل یک

۰ ۱ ثانیه، باید تغییر سرعت آن از ابتدا (نقطه A) تا انتها (نقطه C) را محاسبه کنیم. اگر برای این متحرک یک مسیر فرضی مطابق شکل رسم کنیم، داریم:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_C - v_A}{\Delta t} = \frac{22}{10} \rightarrow a_{av} = 2.2 \frac{m}{s}$$

۳۱ گزینه ۱ با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_v - \vec{v}_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_1=0} \begin{cases} 2\vec{i} = \frac{\vec{v}_v}{3} \rightarrow \vec{v}_v = 6\vec{i} \\ -4\vec{i} = \frac{\vec{v}_v - \vec{v}_v}{2} \rightarrow \vec{v}_v - 6\vec{i} = -8\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_v = -2\vec{i} \end{cases}$$

۳۲ گزینه ۴ با توجه به نمودار، در بازه‌های زمانی داده‌شده، جهت شتاب متوسط و سرعت متوسط را بررسی می‌کنیم.

$$\begin{cases} (0 - t_1): & a_{av} > 0 \\ (t_1 - t_2): & a_{av} > 0 \\ (t_2 - t_3): & a_{av} < 0 \\ (t_3 - t_4): & a_{av} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (0 - t_1): & v_{av} < 0 \\ (t_1 - t_2): & v_{av} > 0 \\ (t_2 - t_3): & v_{av} > 0 \\ (t_3 - t_4): & v_{av} < 0 \end{cases}$$

پس با توجه به گزینه‌ها، فقط در بازه زمانی $(t_3 - t_4)$ ، هر دو کمیت v_{av} و a_{av} در خلاف جهت محور هستند.

۳۳ گزینه ۱ با توجه به تعریف شتاب متوسط، تغییر سرعت در دو ثانیه اول و سه ثانیه بعد از آن را می‌یابیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 1.5 = \frac{v_v - v_1}{2} \Rightarrow v_v - v_1 = 3 \frac{m}{s} \\ -5 = \frac{v_v - v_v}{3} \Rightarrow v_v - v_v = -5 \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال تغییر سرعت در پنج ثانیه اول و پس از آن شتاب متوسط را در این پنج ثانیه می‌یابیم.

$$\begin{cases} v_v - v_1 = 3 \\ v_v - v_v = -5 \Rightarrow v_v - v_1 = -2 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{-2\vec{i}}{5} \Rightarrow \vec{a}_{av} = -0.4 \left(\frac{m}{s^2} \right) \vec{i}$$

۳۴ گزینه ۲ می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت لحظه‌ای متحرک برابر است، بنابراین در لحظه $t = ۲s$ داریم:

$$v_{t=2s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

و برای تعیین شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_v - v_1}{t_v - t_1} \xrightarrow{v_v=0, v_1=4 \frac{m}{s}, t_v=1.0s, t_1=2s} a_{av} = \frac{0 - 4}{1.0 - 2} = 4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_{av} = 4 \frac{m}{s^2}$$

۳۵ گزینه ۳ با توجه به گزینه‌ها متوجه می‌شویم که معادله سرعت - زمان درجه دوم است، پس:

$$v = At^2 + Bt + C$$

چون متحرک با تندی $4m/s$ در جهت مثبت محور x شروع به حرکت می‌کند، طبق معادله بالا داریم:

$$t_0 = 0 \Rightarrow v_0 = A \times 0 + B \times 0 + C = 4 \Rightarrow C = 4 \quad (1)$$

از طرفی متحرک در لحظه $t = 1s$ تغییر جهت داده است، پس:

$$t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = A \times 1^2 + B \times 1 + C = 0 \Rightarrow A + B + C = 0 \xrightarrow{(1)} A + B = -4 \quad (2)$$

همچنین شتاب متوسط در ثانیه سوم صفر است، پس:

$$a_{av} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow v_v - v_v = 0 \Rightarrow (A \times 3^2 + B \times 3 + C) - (A \times 2^2 + B \times 2 + C) = 0 \Rightarrow 9A + 3B - 4A - 2B = 0$$

$$\Rightarrow 5A + B = 0 \quad (3) \xrightarrow{1,2} \begin{cases} A + B = -4 \\ 5A + B = 0 \end{cases} \rightarrow A = 1, B = -5$$

در نتیجه معادله سرعت - زمان به صورت زیر است:

$$v = t^2 - 5t + 4$$

۳۶ گزینه ۳ قدم اول: در بازه زمانی صفر تا ۶s:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{(t=6)} - x_{(t=0)}}{6 - 0} = 1,5 \rightarrow x_{(6)} - (-6) = 9 \rightarrow \boxed{x_{(6)} = 3m}$$

$$t = 3s \rightarrow v_{(t=3)} = \text{شیب خط مماس} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9 - \overbrace{x_0}^{x_{(t=6)}=3m}}{3 - 0} = \frac{9 - 3}{3} = 2m/s$$

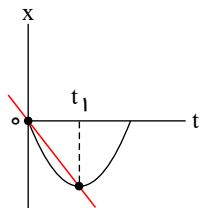
$$\text{شتاب متوسط در ثانیه چهارم} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_{(4)} - v_{(3)}}{4 - 3} = \frac{0 - 2}{1} = -2m/s$$

۳۷ گزینه ۳ شتاب متوسط برابر است با $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ که برای یافتن $v_{\text{اول}} - v_{\text{آخر}}$ باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ را در اول و آخر بازه حساب کرد.

برای سرعت متوسط $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می توان شیب خط واصل را حساب کرد.

برای بررسی گزینه ها اول شرط مثبت بودن سرعت متوسط را بررسی می کنیم.

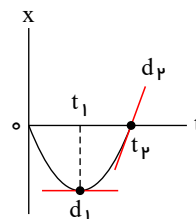
گزینه (۱) t_1 تا t_1 شیب خط واصل منفی است پس $\bar{v} < 0$ (X)



گزینه (۲) t_1 تا t_2 شیب خط واصل مثبت است پس $\bar{v} > 0$ (✓) برای شتاب متوسط باید علامت Δv را پیدا کنیم (یعنی $v_{t_2} - v_{t_1}$):

$$\Delta v = d_2 - d_1 \text{ شیب}$$

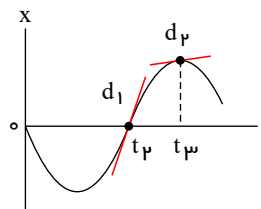
$$\Delta v = (+) - (0) = + \rightarrow \Delta v > 0 \text{ (X)}$$



گزینه (۳) t_2 تا t_3 شیب خط واصل مثبت است پس $\bar{v} > 0$ (✓) برای $\bar{a}$ و Δv هم داریم:

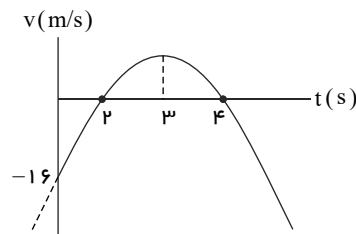
$$\Delta v = d_3 - d_2 \text{ شیب}$$

$$\Delta v = (0) - (+) = - \rightarrow \Delta v < 0 \text{ (✓)}$$



۳۸ گزینه ۱ ابتدا با رسم نمودار سرعت-زمان این متحرک، بازه موردنظر را پیدا می کنیم:

$$v = -2(t^2 - 6t + 8) = -2(t - 2)(t - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t' = 2s \\ t'' = 4s \end{cases}$$

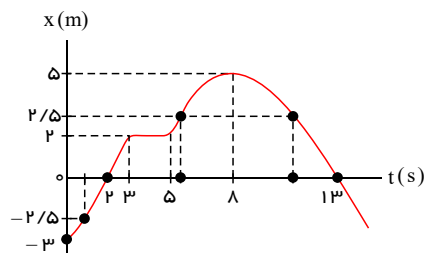


طبق نمودار فوق، در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 2s$ حرکت متحرک در خلاف جهت محور x ($v < 0$) و بزرگی سرعت آن در حال کاهش (حرکت کندشونده) بوده است. بنابراین:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = -16 \frac{m}{s} \\ t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases}$$

$$|a_{av}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{16}{2} = 8 \frac{m}{s^2}$$

۳۹ گزینه ۱



هریک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:
گزاره «الف»: متحرک یک‌بار و در لحظه ۸s، تغییر جهت می‌دهد. (غلط)
گزاره «ب»: متحرک در بازه زمانی صفر تا ۲s و همچنین در بازه زمانی ۸s تا ۱۳s در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان می‌باشد که جمعاً ۷s در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. (غلط)

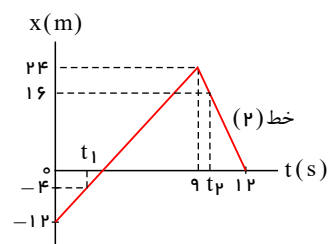
گزاره «ج»: متحرک سه بار در فاصله ۲/۵m از مبدأ قرار می‌گیرد؛ یک‌بار قبل از لحظه ۲s، یک‌بار در بازه زمانی ۵s تا ۸s و بار دیگر در بازه زمانی ۸s تا ۱۳s. (غلط)

گزاره «د»: متحرک دو بار و در لحظات ۲s و ۱۳s، از مبدأ مکان می‌گذرد. (صحیح)

۴۰ گزینه ۱ هر دو متحرک روی خط راست حرکت می‌کنند، اما بین دو لحظه t_1 تا t_2 متحرک A تغییر جهت دارد. پس مسافت طی شده توسط آن با جابه‌جایی‌اش یکسان نیست. اما طبق نمودار، جابه‌جایی دو متحرک باهم برابر است؛ زیرا هر دو در لحظه‌های t_1 و t_2 در مکان‌های x_1 و x_2 قرار دارند.

۴۱ گزینه ۳ مکان اولیه این متحرک (در $t = 0$) برابر با $-12m$ است. پس زمانی که متحرک در فاصله ۸ متری از مکان اولیه خود قرار دارد، در واقع در مکان $x_1 = -4m$ قرار خواهد داشت. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{24 - (-12)}{9} = \frac{-4 - (-12)}{t_1} \Rightarrow t_1 = 2s$$

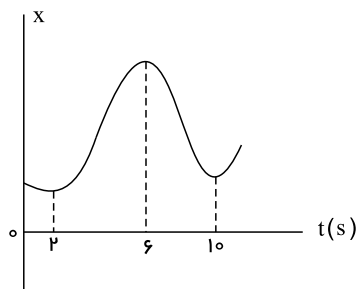


از طرفی طبق نمودار، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر $24m$ است که در $t = 9s$ رخ داده است. هم در زمان‌های قبل از $t = 9s$ و هم در زمان‌های بعد از $t = 9s$ متحرک می‌تواند در ۸ متری از این نقطه قرار گیرد، اما با توجه به اینکه طبق اطلاعات سؤال در لحظه t_2 متحرک در حال حرکت در خلاف جهت محور x بوده است، پس لحظه t_2 پس از $t = 9s$ و مکان متحرک در این لحظه $16m = 24 - 8 = x$ بوده است. در این حالت نیز با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{24 - 0}{12 - 9} = \frac{16 - 0}{12 - t_2} \Rightarrow t_2 = 10s$$

۴۲ گزینه ۳

نکته: برای بررسی تندی متوسط مسافت و زمان، هر دو مهم هستند ($S_{av} = \frac{L}{\Delta t}$) هر دو را همزمان باید در نظر گرفت.



دقت داریم که:

۱) مسافتی که متحرک در ثانیه‌های ۲s تا ۶s طی می‌کند بسیار بیشتر از مسافتی است که متحرک در بازه زمانی صفر تا ۲s طی می‌کند در حالی که بازه زمانی صفر تا ۶s، ۳ برابر بازه زمانی صفر تا ۲ است، پس $[S_{av}]_{2-6} > (S_{av})_{0-2}$ (بنابراین گزینه ۱ حذف می‌شود).

۲) مسافت طی شده در بازه زمانی ۲s تا ۶s بیشتر از مسافت طی شده در ثانیه‌های ۶s تا ۱۰s است. $((S_{av})_{2-6} > (S_{av})_{6-10})$ فرض کنید مسافت طی شده از ۲s تا ۶s برابر L و از ۶s تا ۱۰s برابر L' باشد.

$$\begin{cases} (S_{av})_{6-10} = \frac{L'}{10-6} = \frac{L'}{4} \\ (S_{av})_{2-10} = \frac{L+L'}{10-2} = \frac{L+L'}{8} \xrightarrow{L > L'} (S_{av})_{2-10} > \frac{2L'}{8} = \frac{L'}{4} = (S_{av})_{6-10} \end{cases}$$

و گزینه ۴ هم رد می‌شود.

۳) مسافت طی شده از صفر تا ۲s خیلی کمتر از L است، پس:

$$(S_{av})_{0-2} \simeq \frac{L}{6} \Rightarrow \text{مسافت طی شده از صفر تا ۶} \simeq L$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$(S_{av})_{2-1.5} = \frac{L+L'}{1.5-2} = \frac{L+L'}{.5} \xrightarrow{L'<L} (S_{av})_{2-1.5} > \frac{L}{.5} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (S_{av})_{0-6s} < (S_{av})_{2-1.5}$$

بنابراین گزینه ۲ هم رد می‌شود.

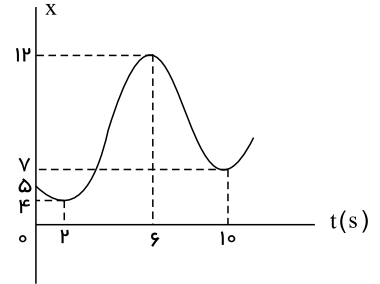
توجه: راه حل ارائه شده تاکنون یک راه حل کلی و اساسی بود! اما وقتی به دید یک تست نگاه کنیم، یک راه ساده‌تر، عددگذاری فرضی در شکل است. مثلاً:

$$(1) \text{ گزینه } (S_{av})_{0-2} = \frac{1}{2} \frac{m}{s} = 0.5 \frac{m}{s}$$

$$(2) \text{ گزینه } (S_{av})_{0-6} = \frac{1+8}{6} = \frac{9}{6} = 1.5 \frac{m}{s}$$

$$(3) \text{ گزینه } (S_{av})_{2-1.5} = \frac{8+5}{.5} = \frac{13}{.5} > 1.5 \frac{m}{s}$$

$$(4) \text{ گزینه } (S_{av})_{6-1.5} = \frac{5}{.5} = 10 \frac{m}{s}$$



گزینه ۳ درست است. البته تأکید می‌شود این روش برای رد برخی گزینه‌ها می‌تواند درست باشد. اما اگر اعداد در نمودار خوب انتخاب نشود در تعیین گزینه درست ممکن است دچار مشکل شویم.

۴۳ گزینه ۱ در ابتدا بزرگی سرعت متوسطش را می‌یابیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - (-5)}{10 - 0} = 2 \frac{m}{s}$$

و برای تعیین تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{13 + 4 + 11}{10} = 2.8 \frac{m}{s}$$

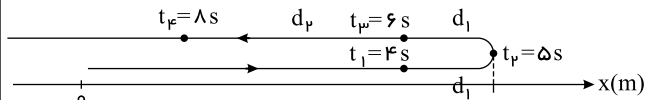
و در نهایت داریم:

$$s_{av} - |v_{av}| = 2.8 - 2 = 0.8 \frac{m}{s}$$

۴۴ گزینه ۳ ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک در ۴ ثانیه دوم را می‌یابیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \ell = s_{av} \Delta t = 2.5 \times 4 = 10 \text{ m}$$

از طرفی با توجه به سهمی بودن نمودار $x-t$ ، مسیر حرکت به صورت زیر است:



$$\ell = 2d_1 + d_2 \xrightarrow{\ell=10m} 10 = 2 \times 5 + d_2 \rightarrow d_2 = 0 \text{ m}$$

برای تعیین سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{-10}{4} = -2.5 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 2.5 \frac{m}{s}$$

۴۵ گزینه ۴ الف) سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار مکان - زمان است، پس $v_{av} > 0$ است. (درست)

ب) بردار جابه‌جایی، برداری است که ابتدای آن مکان اولیه و انتهای آن مکان نهایی جسم است؛ بنابراین در بازه صفر تا t_0 ، $\Delta x > 0$ است. (نادرست)

پ) به تعداد دفعاتی که نمودار محور زمان را قطع می‌کند، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین بردار مکان متحرک در بازه صفر تا t_0 یک بار تغییر جهت می‌دهد. (نادرست)

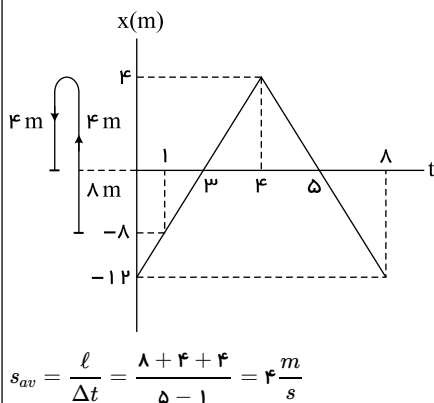
ت) در لحظه‌های t_1, t_2 و t_3 ، سرعت متحرک صفر شده و علامت آن تغییر کرده است؛ بنابراین جهت حرکت متحرک در بازه صفر تا t_0 ، ۳ بار تغییر می‌کند. (درست)

۴۶ گزینه ۲ با توجه به ثابت بودن شیب نمودار مکان - زمان در ۴ ثانیه اول و جابه‌جایی ۱۲ متری متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت، می‌توان نتیجه گرفت که متحرک در هر ثانیه ۴ م جابه‌جا

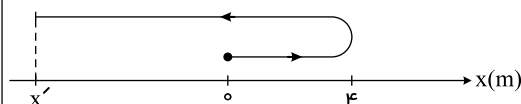
می‌شود؛ بنابراین مکان متحرک در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ ، $x_1 = -8 \text{ m}$ و در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، $x = 4 \text{ m}$ است. با توجه به اینکه نمودار نسبت به خط $t = 4 \text{ s}$ تقارن دارد، در لحظه $t_2 = 5 \text{ s}$ ، $x_2 = 0$ است.

تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 5 \text{ s}$ برابر است با:

فیزیک دوازدهم فصل یک



۴۷ گزینه ۴ مسیر حرکت متحرک روی محور x در مدت $10s$ به صورت زیر است:



مسافت و جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$l = 4 + 4 + x' = 8 + x' \rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{8 + x'}{10}$$

$$|\Delta x| = x' \rightarrow |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{x'}{10}$$

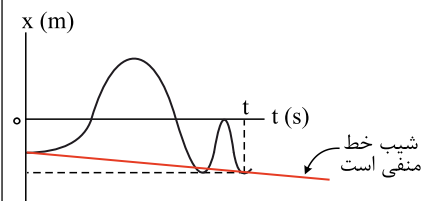
حال اختلاف اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$s_{av} - v_{av} = \frac{8 + x'}{10} - \frac{x'}{10} = 0.8 \frac{m}{s}$$

۴۸ گزینه ۲ نکته ۱: سرعت متوسط در نمودار مکان - زمان، با شیب خطی که دو نقطه از نمودار را به هم وصل می‌کند، برابر است.

نکته ۲: در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان، متحرک متوقف شده و می‌تواند تغییر جهت دهد. از طرفی به تعداد دفعاتی که نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع می‌کند، متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

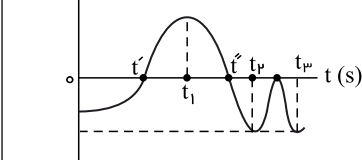
الف) اگر دو نقطه از نمودار را در لحظه‌های $t = 0$ و t با یک خط به هم وصل کنیم، با توجه به اینکه شیب خط واصل منفی است، سرعت متوسط در t ثانیه اول منفی است.



ب) شتاب متوسط در t ثانیه اول حرکت صفر است، زیرا سرعت در لحظه‌های $t = 0$ و t ، صفر است؛ یعنی:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$$

پ) در t ثانیه اول، سه بار (در لحظه‌های t_1 ، t_2 و t_3) شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ صفر شده و تغییر علامت داده است.



ت) در t ثانیه اول، بردار مکان متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد. (در لحظات t' و t'')

۴۹ گزینه ۳

نکته: ۱- جهت حرکت متحرک هم‌سو با بردار سرعت آن در هر لحظه است.

۲- شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است.

بررسی گزینه‌ها:

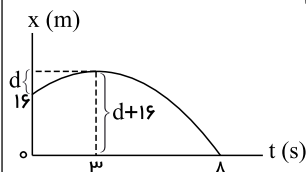
گزینه ۱: نادرست؛ ابتدا متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، ولی در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

گزینه ۲: نادرست؛ ابتدا متحرک در جهت محور حرکت می‌کند و در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

گزینه ۳: درست؛ ابتدا متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند و در حال دور شدن از مبدأ مکان است، سپس متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد.

گزینه ۴: نادرست؛ اگرچه متحرک ابتدا در حال دور شدن از مبدأ مکان است، ولی در جهت محور شروع به حرکت کرده است.

۵۰ گزینه ۳ اگر مطابق شکل، جابه‌جایی متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه $t = ۳s$ (که در آن تغییر جهت می‌دهد) را d بنامیم، در ۸ ثانیه اول داریم:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow ۴,۲۵ = \frac{d + (d + ۱۶)}{۸} \rightarrow d = ۹m$$

حال برای تعیین سرعت متوسط در ۳ ثانیه اول داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۹}{۳} \rightarrow v_{av} = ۳ \frac{m}{s}$$

۵۱ گزینه ۲ در مدتی که متحرک در جهت منفی محور x حرکت می‌کند، شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ منفی است.

بنابراین متحرک در بازه‌های زمانی $(۲ - ۴)$ و $(۹ - ۶)$ ثانیه در جهت منفی محور x حرکت کرده است. با توجه به نمودار داریم:

$$l = (۱۰ - ۲) + (۱۲ - ۵) = ۸ + ۷ = ۱۵m$$

$$t = (۴ - ۲) + (۹ - ۶) = ۲s + ۳s = ۵s$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۵} = ۳ \frac{m}{s}$$

۵۲ گزینه ۳ وقتی ذکر می‌شود که بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور است، یعنی $x > ۰$ بوده و اگر متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان باشد، نمودار $x - t$ به محور زمان نزدیک می‌شود.

بنابراین با توجه به نمودار در بازه زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ ، متحرک دارای $x > ۰$ است و به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.

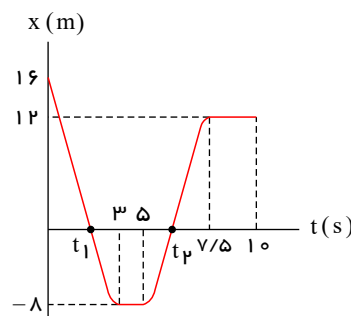
۵۳ گزینه ۱ مسافت طی شده همواره مثبت است. همچنین هنگامی اندازه بردار جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است که متحرک روی مسیری مستقیم حرکت کند و تغییر جهت ندهد. از طرفی چون جابه‌جایی و مسافت هم‌علامت هستند، بنابراین نمودار گزینه ۱، می‌تواند مربوط به این حرکت باشد. دقت کنید در نمودار گزینه‌های ۳ و ۴، متحرک تغییر جهت می‌دهد و در نمودار گزینه ۲، جابه‌جایی منفی است.

۵۴ گزینه ۳

بردار مکان در بازه‌ای که نمودار زیر محور زمان قرار دارد منفی است. بنابراین ابتدا باید زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ را به روش درون‌یابی ریاضی محاسبه کنیم

$$\text{در بازه } ۰ \text{ تا } ۳s \rightarrow \text{شیب } ۰ \text{ تا } ۳s = \text{شیب } t_۱ \text{ تا } ۰ \rightarrow \frac{-۸ - (۱۶)}{۳ - ۰} = \frac{۰ - ۱۶}{t_۱ - ۰} \rightarrow t_۱ = ۲s$$

$$\text{در بازه } ۵s \text{ تا } ۷,۵s \rightarrow \text{شیب } ۷,۵s \text{ تا } ۵s = \text{شیب } t_۲ \text{ تا } ۵s \rightarrow \frac{۱۲ - (-۸)}{۷,۵ - ۵} = \frac{۰ - (-۸)}{t_۲ - ۵} \rightarrow t_۲ = ۶s$$



حالا تندى متوسط در بازه $t_۱$ تا $t_۲$ را بدست می‌آوریم:

$$\bar{s} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = |\Delta x_{۳s \text{ تا } ۲s}| + |\Delta x_{۶s \text{ تا } ۵s}|} \bar{s} = \frac{۸ + ۸}{۴} = ۴m/s$$

یادآوری: مسافت را باید با محاسبه مجموع اندازه (قدرمطلق) جابجایی در جهت‌های مختلف بدست آورد.

۵۵ گزینه ۳ تندى متوسط از رابطه $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ و سرعت از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود. بنابراین نسبت تندى متوسط به اندازه سرعت متوسط از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{|\Delta x|}{\Delta t}} = \frac{l}{|\Delta x|} = \frac{|۳۰ - ۱۰| + |-۲۰ - ۳۰|}{|-۲۰ - ۱۰|} = \frac{۷۰}{۳۰} = \frac{۷}{۳}$$

۵۶ گزینه ۴ طبق نمودار داده شده شیب مماس بر نمودار مسافت - زمان که معرف تندى است، ابتدا کاهش پیدا کرده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد. در تمامی گزینه‌ها به‌جز گزینه ۴، اندازه شیب مماس بر نمودار ابتدا کاهش پیدا کرده، صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.

۵۷ گزینه ۳ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت لحظه‌ای برابر است. در این صورت می‌توان برای تعیین سرعت در لحظه $t = ۵s$ نوشت:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$v_{t=5s} = t = 5s = \text{شیب خط مماس در لحظه } 5s = \frac{0 - 10}{20 - 5} = -\frac{10}{15} = -\frac{2}{3} \frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط باید ابتدا طول مسیر پیموده شده در مدت ۱۰ ثانیه را حساب کنیم.

$$\ell = (14 - 9) + (12 - 9) = 5 + 3 = 8m$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{8}{10} \frac{m}{s}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\left| \frac{v}{s_{av}} \right| = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{10}} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

۵۸ گزینه ۱ وقتی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، علامت سرعت آن منفی است. از طرفی شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به نمودار، شیب نمودار و در نتیجه سرعت متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا ۳s و نیز ۸s تا ۱۰s منفی است. به عبارتی متحرک ۵s تا ۳ + ۲ در خلاف جهت محور x حرکت کرده است. همچنین در بازهٔ زمانی که $x > 0$ است بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x ها است. با توجه به نمودار در بازهٔ ۶s تا ۱۲s بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x ها است. بنابراین نسبت خواسته شده در صورت سؤال برابر است با: $\frac{5}{6}$

۵۹ گزینه ۱ با نوشتن رابطهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط و تقسیم آن‌ها بر یکدیگر داریم:

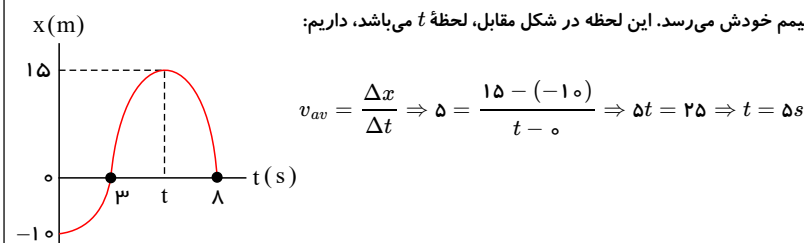
$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{v_{av}}{s_{av}} \right| &= \left| \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\ell}} \right| = \left| \frac{\Delta x}{\ell} \right| \\ \Delta x &= x_f - x_i = -10 - 10 = -20m \\ \ell &= 3 + 5 + 12 + 10 = 30m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \frac{v_{av}}{s_{av}} \right| = \left| \frac{-20}{30} \right| = \left| \frac{v_{av}}{s_{av}} \right| = \frac{2}{3}$$

۶۰ گزینه ۴ وقتی تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط برابر هستند که متحرک تغییر جهت ندهد، بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

۶۱ گزینه ۲ مطابق نمودار در بازهٔ زمانی ۲s تا ۴s جهت بردار مکان در خلاف جهت محور x است. در این بازهٔ زمانی اندازهٔ شیب خط مماس (تندی) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۶۲ گزینه ۳

در نمودار مکان - زمان، لحظهٔ تغییر جهت، لحظه‌ای است که نمودار به ماکزیمم یا مینیمم خودش می‌رسد. این لحظه در شکل مقابل، لحظهٔ t می‌باشد، داریم:



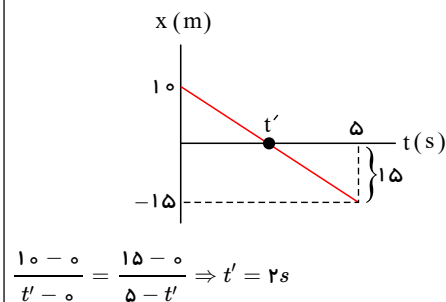
۶۳ گزینه ۱ سرعت متحرک (شیب خط) منفی است، بنابراین در تمام مدت متحرک در خلاف جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، اما متحرک در بازهٔ زمانی t' تا ۶ ثانیه، در مکان‌های منفی بوده است؛ لذا ابتدا از تشابه دو مثلث، t' را حساب می‌کنیم.

$$\frac{2}{t'} = \frac{1}{6 - t'} \Rightarrow t' = 4s$$

بنابراین متحرک در تمام مدت ۶ ثانیه در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند. (چون سرعت آن منفی است)، اما در ۴ ثانیهٔ اول حرکت در x های مثبت و در ۲ ثانیهٔ آخر در x های منفی می‌باشد.

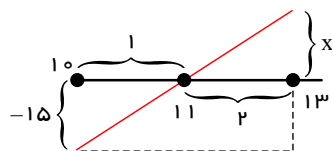
۶۴ گزینه ۲

در ابتدا لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد را می‌یابیم. باتوجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{10 - 0}{t' - 0} = \frac{15 - 0}{5 - t'} \Rightarrow t' = 2s$$

حال مکان متحرک در لحظه $t = 13s$ را می‌یابیم.



$$\frac{2}{1} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 30m$$

و در نهایت داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15 + 15 + 30}{13 - 2} = \frac{60}{11} m$$

۶۵ گزینه ۴ با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده هر دو متحرک در بازه زمانی t_1 دارای جابه‌جایی یکسان هستند. زیرا مکان آغازین و مکان پایانی هر دو متحرک A و B در این بازه زمانی یکسان است.

بنابراین v_{av} هر دو متحرک برابر است. زیرا داریم $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، با توجه به یکسان بودن جابه‌جایی (Δx) و مدت زمان حرکت (Δt) پس سرعت متوسط دو متحرک A و B در بازه زمانی t_1 با هم برابر است.

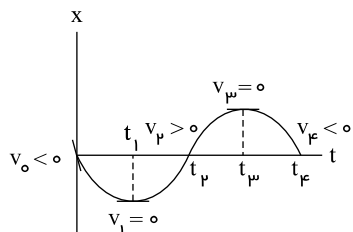
در صورتی که متحرک، در یک بازه زمانی، تغییر جهت ندهد، بزرگی جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است. هر دو متحرک A و B در بازه زمانی t_1 تغییر جهت نمی‌دهند و در جهت مثبت محور x حرکت می‌کنند، پس با توجه به برابر بودن جابه‌جایی دو متحرک، مسافت طی شده توسط دو متحرک A و B نیز در این بازه زمانی با هم برابر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t_A = \Delta t_B, \Delta x_A = \Delta x_B} v_{av,A} = v_{av,B}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t_A = \Delta t_B, \ell_A = \ell_B} s_{av,A} = s_{av,B}$$

بنابراین هر چهار مورد بیان شده صحیح است.

۶۶ گزینه ۳ می‌دانیم که سرعت در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. با توجه به رابطه شتاب متوسط $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ در هر بازه زمانی که $\Delta v > 0$ باشد، $a_{av} > 0$ است. در بازه زمانی t_1 تا t_4 ، $\Delta v < 0$ ، در بازه زمانی t_3 تا t_4 ، $\Delta v < 0$ ، در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، $\Delta v > 0$ و در بازه t_1 تا t_2 ، $\Delta v > 0$ است. برای تعیین علامت سرعت متوسط در هر بازه زمانی باید علامت Δx را تعیین کنیم.

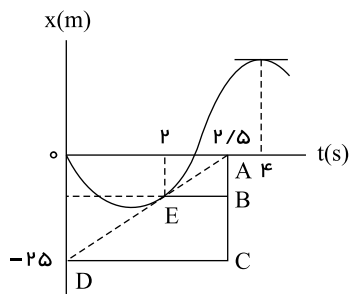


در بازه زمانی t_1 تا t_4 ثابته $\Delta x > 0$ ، در بازه زمانی t_3 تا t_4 ثابته $\Delta x < 0$ ، در بازه زمانی t_2 تا t_3 ثابته $\Delta x > 0$ و در بازه زمانی t_1 تا t_2 ثابته $\Delta x < 0$ است. پس در بازه زمانی t_3 تا t_4 ثابته هم سرعت متوسط هم شتاب متوسط هر دو مثبت هستند.

۶۷ گزینه ۲ گام اول: ابتدا مکان متحرک در لحظه $t = 2s$ را با استفاده از شباه دو مثلث AEB و ACD محاسبه می‌کنیم:

$$\triangle ABE \cong \triangle ACD \Rightarrow \frac{AB}{0.5} = \frac{-25}{2.5}$$

$$AB = -5 \Rightarrow x_{(t=2s)} = -5m$$



گام دوم: سرعت در لحظه $t = 2s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در این لحظه می‌باشد. بنابراین داریم:

$$v_{(t=2s)} = \frac{5}{2.5 - 2} = 10 \frac{m}{s}$$

شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیه دوم حرکت به صورت زیر می‌باشد:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$a_{av(r-s)} = \frac{\Delta v_{(r-s)}}{\Delta t_{(r-s)}} = \frac{0 - 10}{4 - 2} = -5 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم:

$$v_{av} = \frac{x - (-5)}{3.5 - 2} = \frac{x + 5}{1.5}$$

$$|a_{av(r-s)}| = \frac{1}{\lambda} |v_{av(r-s-r, ds)}| \Rightarrow |a_{av(r-s)}| = \frac{1}{\lambda} v_{av(r-s-r, ds)} \Rightarrow 5 = \frac{1}{\lambda} \times \frac{x + 5}{1.5} \Rightarrow x = 55m$$

۶۸ گزینه ۴ ابتدا با توجه به شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در لحظه $t = 3s$ ، تندى متحرک را در این لحظه می‌یابیم.

$$v_{t=3s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{6}{3} = 2 \frac{m}{s}$$

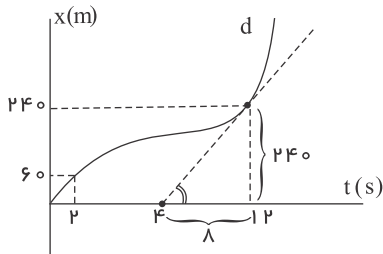
با توجه به صورت سوال داریم:

$$v_{t=t'} = v_{t=3s} + 2 = 2 + 2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$v_{t=t'} = \text{شیب خط مماس} = \frac{\lambda}{t' - 7} \rightarrow 4 = \frac{\lambda}{t' - 7} \rightarrow t' - 7 = 2 \rightarrow t' = 9s$$

۶۹ گزینه ۱

ابتدا مکان متحرک را در لحظه $t_p = 14s$ می‌یابیم. می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین داریم:



$$V_{t=12} = \text{شیب خط مماس بر } x - t = \frac{240}{12} = 20 \frac{m}{s}$$

از طرفی مطابق فرض سؤال داریم:

$$V_{t=12} = V_{av(2-14)} \rightarrow 20 = \frac{x_{14} - x_2}{14 - 2} \xrightarrow{x_2=60m} x_{14} - 60 = 20 \times 12 \rightarrow x_{14} = 420m$$

در نهایت داریم:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \frac{m}{s} \quad \text{دو ثانیه اول}$$

$$V'_{av} = \frac{x_{14} - x_{12}}{14 - 12} = \frac{420 - 240}{2} = 90 \frac{m}{s} \quad \text{دو ثانیه هفتم}$$

$$\rightarrow \frac{V_{av}}{V'_{av}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

۷۰ گزینه ۱ قدرمطلق شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر است با تندى متحرک در آن لحظه است.

قدرمطلق شیب نمودار در لحظه t_1 رو به کاهش، و در لحظه‌های t_2 و t_3 رو به افزایش است. بنابراین در t_1 حرکت کندشونده و در t_2 و t_3 حرکت تندشونده است.

۷۱ گزینه ۲ برای حل سؤال باید هر چه در سؤال ذکر شده را به صورت روابط ریاضی بنویسیم، یعنی:

$$\begin{cases} t_1 = 4s \rightarrow x_1 = 10m \\ t_2 = 8s \rightarrow x_2 = x \end{cases} \rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x - 10}{4} \quad (1)$$

$$t = 8s \text{ در لحظه } \left\{ \begin{aligned} v_{t=8s} &= \text{شیب خط مماس} = \frac{x}{2} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

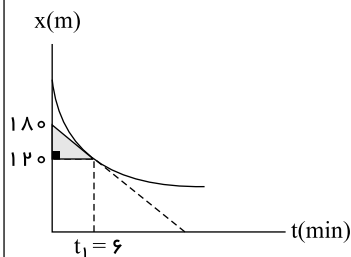
$$(1) = \frac{1}{3}(2) \rightarrow \frac{x - 10}{4} = \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}\right) \rightarrow 3x - 30 = 2x \rightarrow x = 30m$$

$$v_{t=8} = \frac{30}{2} \rightarrow v_{t=8} = 15 \frac{m}{s}$$

۷۲ گزینه ۳ شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در هر لحظه، برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است؛ بنابراین شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6 \text{ min}$ را می‌یابیم. برای پیدا کردن

شیب خط، با تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه توسط خط مماس بر منحنی داریم:

فیزیک دوازدهم فصل یک



$$v_{t_1} = \text{شیب خط مماس} = \frac{120 - 180}{6} = -10 \frac{m}{min}$$

ولی سؤال سرعت را بر حسب $\frac{m}{s}$ از ما می‌خواهد، پس داریم:

$$v = -10 \frac{m}{min} \times \frac{1 min}{60 s} = -\frac{1}{6} \frac{m}{s}$$

۷۳ گزینه ۱ بررسی گزاره‌ها در بازه زمانی t_1 تا t_2 :

الف) درست.

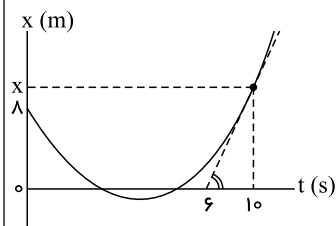
ب) مسافت طی شده توسط متحرک B بیشتر از متحرک A است، بنابراین تندی متوسط متحرک B نیز بیشتر از متحرک A است. (نادرست)

پ) تندی متحرک A ثابت است، ولی تندی متحرک B ثابت نیست و متحرک B در یک لحظه تغییر جهت داده است ($s_B = 0 \rightarrow s_A > s_B$)؛ بنابراین تندی متحرک B در تمام لحظات از متحرک A بیشتر نیست. (نادرست)

ت) شیب خط مماس بر منحنی B در لحظه t_2 بیشتر از شیب نمودار A است؛ در نتیجه سرعت B در این لحظه بیشتر است. (درست)

۷۴ گزینه ۳ نکته: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه با سرعت متحرک در آن لحظه برابر است.

ابتدا سرعت در لحظه $t = 10 s$ که همان شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است را می‌یابیم:



$$v_{t=10s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{x}{10 - 6} = \frac{x}{4}$$

حال سرعت متوسط در ده ثانیه اول، را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x - 8}{10 - 0} \rightarrow v_{av} = \frac{x - 8}{10}$$

با توجه به سؤال، اختلاف این دو سرعت برابر $2.6 \frac{m}{s}$ است، پس داریم:

$$v_{t=10} = v_{av} - 2.6 \rightarrow \frac{x}{4} - \left(\frac{x - 8}{10}\right) = 2.6 \rightarrow \frac{x}{4} - \frac{x}{10} + \frac{8}{10} = 2.6 \rightarrow x = 12 m$$

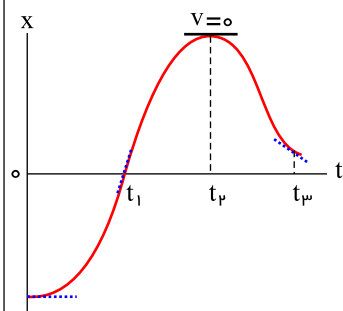
و در نهایت داریم:

$$v_{t=10s} = \frac{x}{4} \xrightarrow{x=12} v_{t=10s} = \frac{12}{4} = 3 \frac{m}{s}$$

۷۵ گزینه ۱

می‌دانیم که قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، برابر تندی متحرک در آن لحظه است. با توجه به شکل، اندازه شیب خط

مماس بر نمودار در لحظه t_1 بیشتر از بقیه است.



۷۶ شتاب متحرک برابر است با $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ برای محاسبه $\Delta v = v_2 - v_1$ از نمودار مکان - زمان کافیست شیب نمودار را در هر لحظه به دست آوریم گزینه ۱

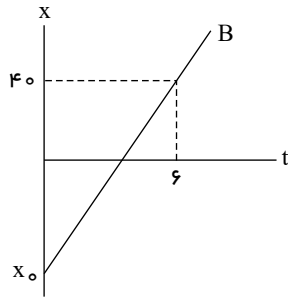
$$v_1 = v_{t_1=2s} = 2 s \quad \text{شیب نمودار } A \text{ در } 2 s = 0$$

$$v_2 = v_{t_2=6s} = 6 s \quad \text{شیب نمودار } B = \text{شیب خط مماس} = \text{شیب نمودار } A \text{ در } 6 s$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 4 = \frac{m_B}{4} = 16$$

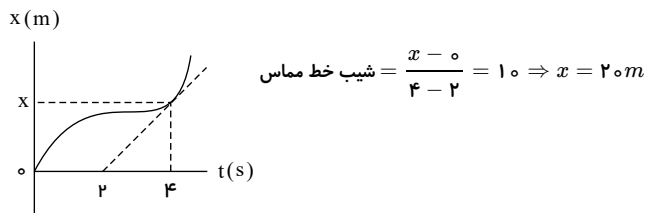
شیب نمودار B هم برابر با (با فرض اینکه به دنبال x_{0B} هستیم)



$$m_B = \frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}} = \frac{40 - x_0}{6 - 0} = 16 \rightarrow x_0 = -56(m)$$

۷۷ گزینه ۳ می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه سرعت در لحظه $t = 4s$ برابر با $10 \frac{m}{s}$ است، پس

شیب خط مماس رسم شده برابر با 10 است. پس می‌توان نوشت:



$$\text{شیب خط مماس} = \frac{x - 0}{4 - 2} = 10 \Rightarrow x = 20m$$

با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - 0}{4 - 0} = \frac{20}{4} = 5 \frac{m}{s}$$

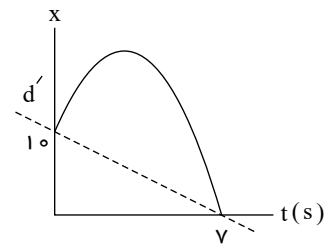
۷۸ گزینه ۴ می‌دانیم اندازه (بزرگی) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر نقطه، تندی متحرک در آن نقطه را نشان می‌دهد. پس:

$$t = 5s \text{ در } s = | \text{شیب خط } d | \xrightarrow{\text{شیب خط} = \frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}}} t = 5s \text{ در } s = \left| \frac{0 - 10}{8 - 5} \right| = \frac{10}{3} (m/s)$$

بزرگی سرعت متوسط بین دو لحظه برابر با بزرگی شیب خط واصل نمودار بین آن دو نقطه (و یا می‌شود از فرمول $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ حساب کرد)

پس:

$$\bar{v}_{5 \text{ تا } 0} = | \text{شیب خط } d' | = \left| \frac{0 - 10}{7 - 0} \right| = \frac{10}{7}$$

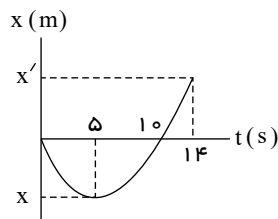


سوال نسبت این دو مقدار را خواسته که برابر است با:

$$\frac{s}{\bar{v}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{10}{7}} = \frac{7}{3}$$

۷۹ گزینه ۳

اگر مکان متحرک در لحظه $t = 5s$ را x فرض کنیم داریم:



متحرک در لحظات $t = 0s$ و $t = 10s$ از مبدأ مکان عبور کرده پس:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\bar{s} = \frac{\ell}{\Delta t} = \left| \frac{x+x}{10-0} \right| = \left| \frac{2x}{10} \right| = 1,4 m/s$$

$$\rightarrow |x| = 7m \rightarrow x = -7m$$

(مسافت متحرک در ۰ تا ۱۰ برابر است با ۰ تا ۵ از ۰ مقدار x تا ۵ برگشته است.)

از طرفی اگر مکان در لحظه ۱۴s را x' فرض کنیم طبق شرط سوال داریم:

$$14s \text{ تا } 5s \text{ در } \bar{v} \text{ بزرگی سرعت متوسط} = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| = \frac{x' - x}{14 - 5} = \frac{x' - (-7)}{9} = 2$$

$$\rightarrow x' = 11(m) \rightarrow \vec{x'} = 11\vec{i}$$

۸۰ گزینه ۲ در بازه زمانی ۰ تا ۵s متحرک با سرعت ثابت حرکت می کند بنابراین سرعت در لحظه ۳s $t = 3s$ برابر سرعت متوسط ۰ تا ۵s $t = 5s$ خواهد بود.

$$v_3 = (v_{av})_{0-5} = \frac{-10 - 15}{5 - 0} = -5 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی ۵s تا ۱۷,۵s متحرک با سرعت ثابت حرکت می کند. بنابراین سرعت در لحظه ۱۰s $t = 10s$ برابر سرعت متوسط ۵s تا ۱۷,۵s $t = 17,5s$ خواهد بود.

$$v_{10} = (v_{av})_{5-17,5} = \frac{15 - (-10)}{17,5 - 5} = \frac{25}{12,5} = 2 \frac{m}{s}$$

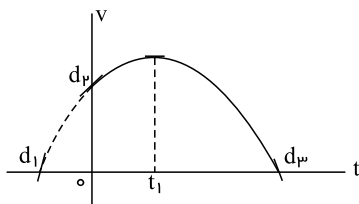
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ بنابراین شتاب متوسط در بازه زمانی } t_1 = 3s \text{ تا } t_2 = 10s \text{ برابر است با:}$$

$$(a_{av})_{3-10} = \frac{v_{10} - v_3}{10 - 3} = \frac{2 - (-5)}{7} = \frac{7}{7} = 1 \frac{m}{s^2}$$

۸۱ گزینه ۴ • در بازه صفر تا: اولاً تندی پیوسته مثبت است یعنی متحرک تغییر جهت نمی دهد. پس تندی و سرعت هم مفهوم هستند. در بازه صفر تا t_1 چون مقدار v افزایش یافته بنابراین تندی هم افزایش می یابد (پس گزینه ۱ نادرست است).

• شیب خط مماس بر نمودار $(v - t)$ برابر شتاب متحرک است، بنابراین شتاب در $t = t_p$ و $t = 0$ چون شیب خطوط مماس برابر نیست،

نمی تواند برابر باشند: [شیب d_1 با d_2 هم اندازه هستند ولی شیب d_2 با d_3 نمی تواند برابر باشد.] (پس گزینه ۲ هم نادرست است.)

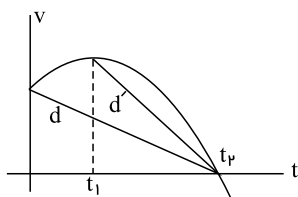


• مشابه نکته قبل، کافی است شیب خطوط مماس بر نمودار $(v - t)$ را در نظر بگیریم. از صفر تا t_1 ، شیب خطوط مماس، مثبت و از t_1 تا t_p ، شیب خطوط مماس منفی است. (پس گزینه ۳ هم نادرست است.)

• برای مقایسه شتاب متوسط بین بازه های زمانی مختلف کافی است شیب خطوط وصل بین آن ها را با هم مقایسه نماییم.

بزرگی شیب خط های وصل d و d' را با هم مقایسه کنیم. هرچه خطوط به خط عمود فرضی بر محور t نزدیک و متمایل تر باشند، مقدار شیب آن ها بیشتر

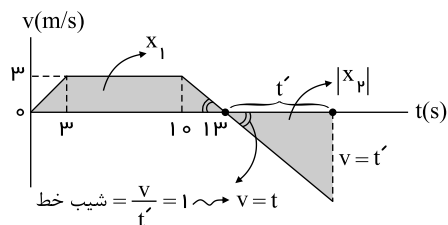
است. یعنی بزرگی شیب d' از بزرگی شیب d بیشتر است. بنابراین گزینه ۴ درست است.



۸۲ گزینه ۴ اگر مسافت پیموده شده را با ℓ و بزرگی جابه جایی را با d نمایش دهیم، اگر فرض کنیم که قبل از ۲۰ ثانیه باشد، داریم:

$$\ell = 4d \xrightarrow{\substack{d=x_1-|x_p| \\ \ell=x_1+|x_p|}} x_1 + |x_p| = 4(x_1 - |x_p|) \rightarrow 3x_1 = 5|x_p| \xrightarrow{\substack{x_1 = \frac{13+7}{2} \times 3 = 30m \\ |x_p| = \frac{1}{5}v \cdot t' = \frac{1}{5}t'^2}} 3 \times 30 = 5 \times \frac{1}{5}t'^2$$

$$\rightarrow t'^2 = 36 \rightarrow t' = 6s$$



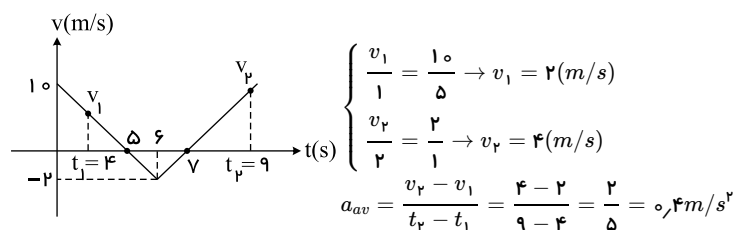
پس لحظه مورد نظر برابر است با:

$$t = 13 + t' = 19s$$

چون $t < 20s$ است پس فرض اول ما درست بود.

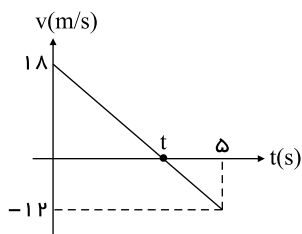
۸۳ گزینه ۲ با توجه به تشابه مثلث ها داریم:

فیزیک دوازدهم فصل یک



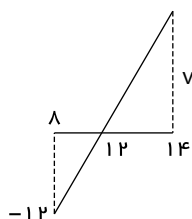
۸۴ گزینه ۳

گام اول: در ابتدا لحظه‌ای که برای اولین بار سرعت متحرک صفر شده است را می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث داریم:



$$\frac{18}{t} = \frac{12}{5-t} \Rightarrow 90 - 18t = 12t \Rightarrow 30t = 90 \Rightarrow t = 3s$$

حال سرعت متحرک را در لحظه $t = 14s$ می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث داریم:



$$\frac{4}{12} = \frac{2}{v} \Rightarrow v = \frac{6}{s}$$

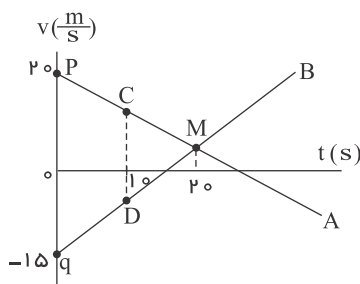
حال مساحت سطح‌های ایجاد شده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_T = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \rightarrow \Delta x_T = \left(\frac{1}{2} \times 18 \times 3\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times (-12)\right) + (3 \times (-12)) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times (-12)\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6\right)$$

$$= 27 - 12 - 36 - 24 + 6 = -39 \rightarrow x_{14} - x_0 = -39 \rightarrow x_{14} - 19 = -39m \Rightarrow x_{14} = -20m$$

۸۵ گزینه ۲

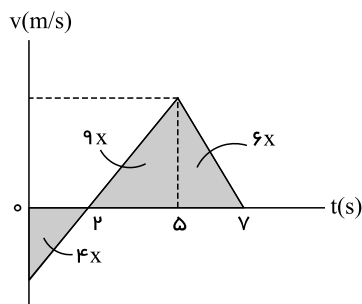
ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، اختلاف سرعت دو متحرک در لحظه $t = 10s$ را می‌یابیم.



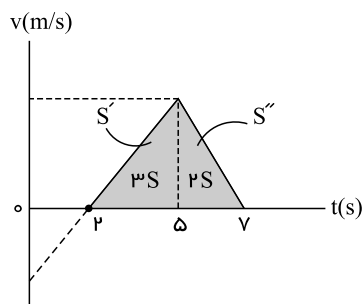
$$\triangle MCD \sim \triangle MPQ \rightarrow \frac{CD}{35} = \frac{10}{20} \rightarrow CD = 17.5$$

حال مسافت دوزنقه‌هاشور زده، معادل مجموع مسافت طی شده توسط این دو متحرک در 10 ثانیه اول است، یعنی:

$$\ell_A + \ell_B = S_{\text{دوزنقه}} = \frac{35 + 17.5}{2} \times 10 \rightarrow \ell_A + \ell_B = 262.5m$$



قبل از هر چیز، می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه با مجذور نسبت تشابه آنها برابر است. $(\frac{s'}{s} = k^2)$ حال اگر سطح زیر نمودار در ۲ ثانیه اول $4x$ باشد، سطح زیر نمودار در ۳ ثانیه بعد، $9x$ است.



از طرفی مساحت مثلث در دو ثانیه آخر، $\frac{2}{3}$ مساحت مثلث در ۳ ثانیه قبل از آن است (چرا؟!)

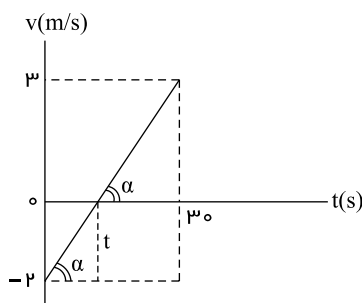
$$\frac{S''}{S'} = \frac{\frac{2v}{2}}{\frac{3v}{2}} = \frac{2}{3}$$

بنابراین جابه‌جایی‌اش در دو ثانیه بعد از آن $6x$ است. یعنی برای سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9x + 6x - 4x}{7} \xrightarrow{v_{av} = 5.5 \frac{m}{s}} 5.5 = \frac{11x}{7} \rightarrow x = 3.5m$$

و برای تعیین تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{9x + 6x + |-4x|}{7} = \frac{11x}{7} \xrightarrow{x = 3.5m} s_{av} = \frac{11 \times 3.5}{7} \rightarrow s_{av} = 5.5 \frac{m}{s}$$

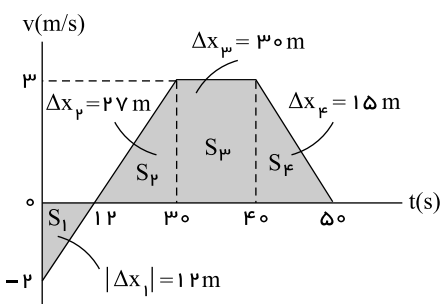


در ابتدا با استفاده از تشابه (یا شیب خط) زمانی که متحرک تغییر جهت می‌دهد را می‌یابیم. سپس با محاسبه سطح محصور بین نمودار و محور زمان، مسافت طی شده و در نهایت تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم و مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

$$\frac{\text{شیب خط}}{t} = \frac{2}{2} = \frac{5}{3} \rightarrow t = 1.2s$$

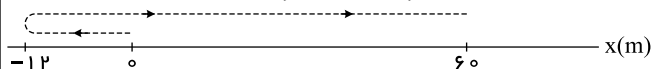
$$\ell = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 1.2 + 2.7 + 3.0 + 1.5 \rightarrow \ell = 8.4m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{8.4}{5} = 1.68 \frac{m}{s}$$

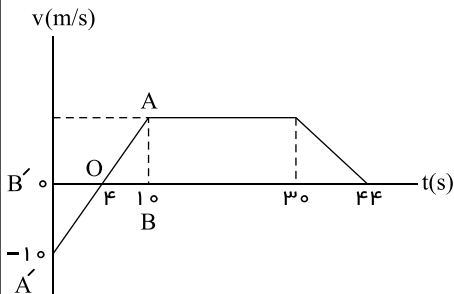


فیزیک دوازدهم فصل یک

متحرک در ابتدا در خلاف جهت محور حرکت کرده و پس از توقف در لحظه $t = 12s$ و در مکان $x = -12m$ ، برگشته و در امتداد محور x به حرکت خود ادامه داده است.



۸۸ گزینه ۲ در ابتدا با نوشتن یک نسبت تشابه ساده، سرعت جسم را در لحظه $t = 10s$ می‌یابیم.



$$\triangle OAB \sim \triangle OA'B' \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{6}{OA} \rightarrow OA = 15 \rightarrow v = 15 \frac{m}{s}$$

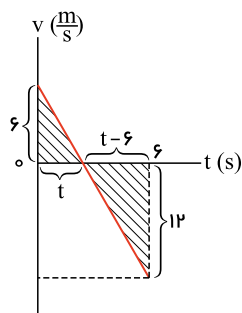
از طرفی می‌دانیم که متحرک در ۴ ثانیه اول در خلاف جهت محور حرکت می‌کند و دو توقف آن در لحظه‌های $t = 2s$ و $t = 44s$ اتفاق افتاده، بنابراین داریم:

$$\frac{v_{av}(4 \rightarrow 44)}{s_{av}(0 \rightarrow 4)} = \frac{\left(\frac{40 + 20}{2}\right) \times 15}{40} = \frac{9}{4}$$

۸۹ گزینه ۳ نکته ۱: در نمودار سرعت - زمان، در مدتی که نمودار به محور زمان نزدیک شود، حرکتش کندشونده و در مدتی که از محور زمان دور شود، حرکتش تندشونده است.

نکته ۲: سطح محصور بین نمودار $v - t$ با محور زمان، برابر جابه‌جایی متحرک است.

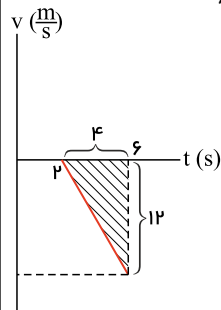
در ابتدا لحظه‌ای که نمودار محور زمان را قطع می‌کند، به دست می‌آوریم:



$$\frac{12}{6} = \frac{6 - t}{t} \rightarrow t = 2s$$

تشابه دو مثلث هاشورزده :

نمودار $v - t$ بین دو لحظه $t = 2s$ تا $t = 6s$ از محور زمان دور می‌شود؛ بنابراین در این بازه حرکتش تندشونده است. حال برای تعیین مسافت طی‌شده (که در اینجا با اندازه جابه‌جایی برابر است) داریم:

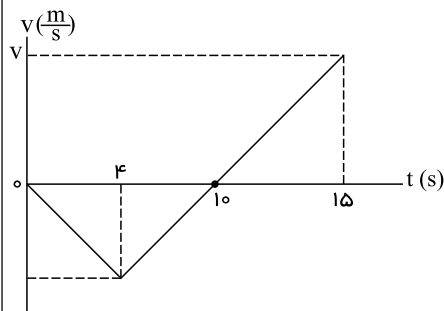


$$\ell = \frac{12 \times 4}{2} = 24m$$

۹۰ گزینه ۳ نکته: در نمودار سرعت - زمان، در مدتی که نمودار در بالای محور زمان قرار دارد، متحرک در جهت محور حرکت کرده و $v > 0$ است. همچنین در مدتی که نمودار در پایین محور زمان قرار دارد، متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده و $v < 0$ است.

فیزیک دوازدهم فصل یک

اگر سرعت متحرک در لحظه $t = 15s$ را v بنامیم، متحرک در این بازه بین دو لحظه $t_1 = 10s$ و $t_2 = 15s$ ، در جهت محور حرکت می‌کند؛ بنابراین شتاب متوسط در این مدت برابر است با:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{15} - v_{10}}{15 - 10} = \frac{v - 0}{5} = \frac{v}{5}$$

و در کل 15 ثانیه اول داریم:

$$a'_{av} = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{v_{15} - v_0}{15 - 0} \rightarrow a'_{av} = \frac{v - 0}{15} = \frac{v}{15}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{a_{av}}{a'_{av}} = \frac{\frac{v}{5}}{\frac{v}{15}} = 3$$

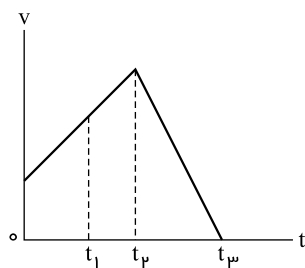
۹۱ گزینه ۲

برای حل این سؤال باید به چند نکته زیر توجه کنیم:

(۱) اگر متحرک در امتداد یک خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند، در یک بازه زمانی معین، سرعت متوسط و تندی متوسط هم‌اندازه‌اند.

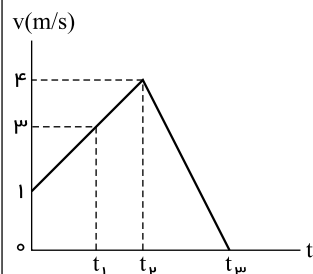
(۲) در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان از رابطه $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ ، سرعت متوسط را محاسبه کرد.

(۳) سطح محصور برابر است.



با توجه به نکات بالا، بدیهی است که سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در هر یک از بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ی ۱، ۲ و ۴، هم‌اندازه‌اند،

چون متحرک در بازه‌های زمانی داده شده تغییر جهت نداده است.



از طرفی در بازه زمانی ۰ تا t_3 ، با استفاده از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ اگرچه Δx (سطح زیر نمودار) بیشتر از بقیه است ولی با توجه به Δt بیشتر از بقیه، در این بازه، بیشترین سرعت متوسط (تندی متوسط) را نداریم.

اما برای بررسی بقیه گزینه‌ها، از عددگذاری به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

۱: از ۰ تا t_1 :

$$s_{av} = v_{av} = \frac{1 + 3}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

۲: از t_1 تا t_p :

$$s_{av} = v_{av} = \frac{3 + 4}{2} = 3.5 \frac{m}{s}$$

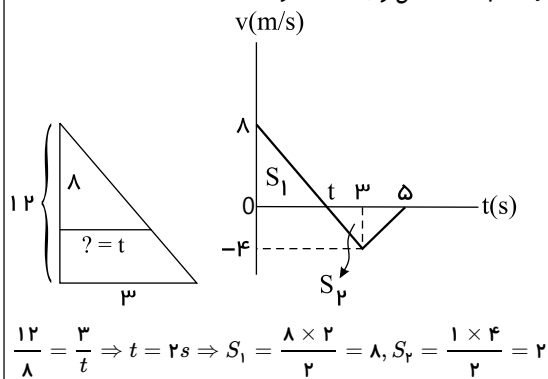
۳: از t_p تا t_3 :

$$s_{av} = v_{av} = \frac{4 + 0}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

پس با مقایسه اعداد به‌دست آمده، گزینه «۲» صحیح است.

۹۲ گزینه ۲ متحرک t ثانیه اول را در جهت مثبت محور x حرکت کرده (زیرا $v > 0$ است) و در بازه t الی $3s$ نیز با شتاب منفی و در جهت منفی محور x در حرکت است (زیرا $v < 0$ و شیب

نمودار که همان شتاب است نیز منفی است) بنابراین ابتدا t را به دست می آوریم. برای محاسبه t هم از راه شیب و هم از راه تشابه مثلث ها می توان استفاده کرد.



در نتیجه تندی متوسط در t ثانیه اول برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_1}{\Delta t} = \frac{12}{3} = 4 \frac{m}{s}$$

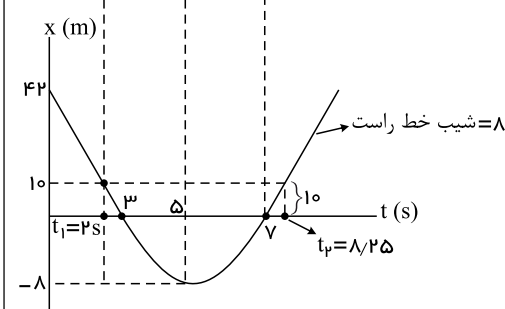
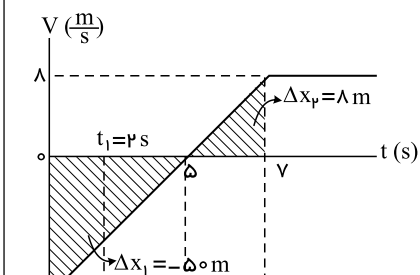
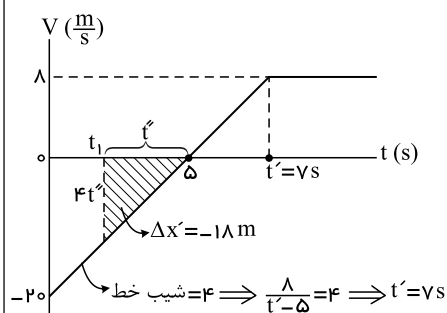
و تندی متوسط در بازه $t = 2$ الی $t = 3$ برابر است با:

$$s'_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_2}{\Delta t} = \frac{2}{1} = 2 \frac{m}{s}$$

جواب نهایی مسأله : $\frac{s'_{av}}{s_{av}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

۹۳ گزینه ۴ با توجه به مکان اولیه و سطح محصور بین نمودار $v - t$ و محور زمان، جابه جایی و لحظه و مکان توقف را می یابیم. سپس نمودار مکان - زمان را رسم کرده و مدت زمانی که فاصله متحرک از مبدأ کمتر یا مساوی $10m$ است را محاسبه می کنیم.

$$t'' = 5 - t_1 \quad \Delta x' = -18m \Rightarrow -\frac{t'' \times 4t''}{2} = -18 \Rightarrow t'' = 3s \longrightarrow t_1 = 2s$$



$$8 = \frac{10}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = 1.25$$

مدت زمانی که فاصله متحرک از مبدأ کمتر یا مساوی 10 متر بوده:

$$\Delta t = t_p - t_1 = 4.25 - 2 \Rightarrow \Delta t = 2.25s$$

ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = 0$ s و $t = 10$ s می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

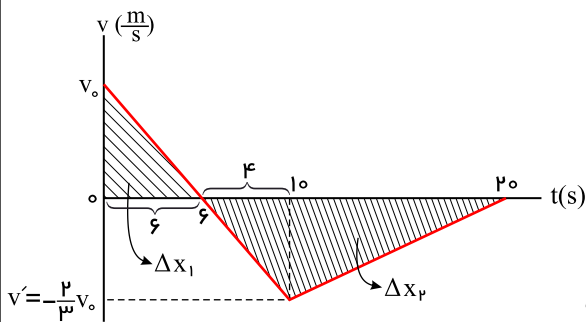
$$\frac{4}{6} = \frac{v'}{v_0} \xrightarrow{v' < 0} v' = -\frac{2}{3}v_0$$

$$\Delta x_1 = \frac{6 \times v_0}{2} = 3v_0$$

$$\Delta x_2 = \frac{(20 - 6) \times -\frac{2}{3}v_0}{2} \Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{14}{3}v_0$$

$$l = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 3v_0 + \frac{14}{3}v_0 = \frac{23}{3}v_0$$

$$l = 138 \text{ m} \xrightarrow{\quad} 138 = \frac{23}{3}v_0 \Rightarrow v_0 = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



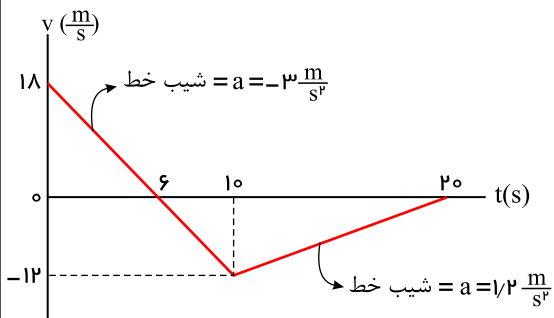
یعنی نمودار سرعت - زمان به صورت زیر است:

برای لحظه $t = 2$ s داریم:

$$v = at + v_0 = -3t + 18 \xrightarrow{t=2} v_1 = -3 \times 2 + 18 \Rightarrow v_1 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

و برای لحظه $t = 12$ s داریم:

$$v = at + v_0 = -3 \times 12 + 18 \Rightarrow v_2 = -18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



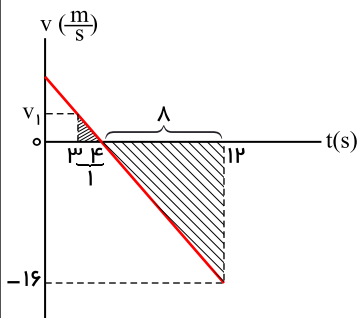
(دقت کنید که سرعت اولیه در مرحله دوم حرکت، همان سرعت در لحظه $t = 10$ s است.)

و در نهایت داریم:

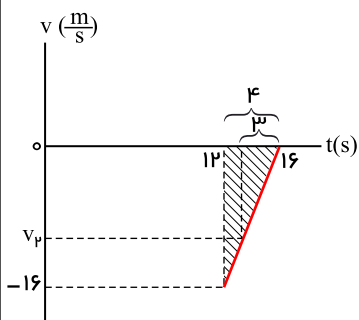
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-18 - 12}{12 - 2} = \frac{-30}{10} \Rightarrow |a_{av}| = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

برای پیدا کردن تندی متوسط، باید مسافت طی شده، که در اینجا برابر با سطح محصور بین نمودار و محور زمان است، را پیدا کنیم؛ بنابراین با توجه به تشابه مثلث‌ها، سرعت متحرک در لحظه‌های

$t_1 = 3$ s و $t_2 = 13$ s را می‌یابیم.

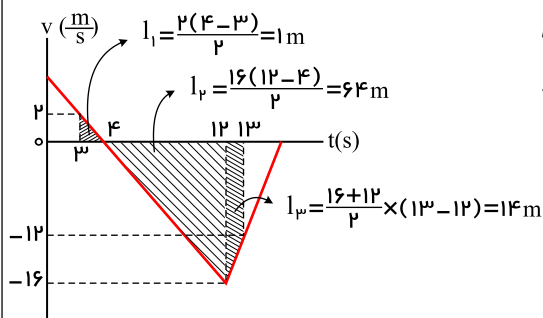


$$\frac{16}{v_1} = \frac{3}{1} \Rightarrow v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\frac{-16}{v_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow v_2 = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حالا مسافت طی شده و بعد از آن تندی متوسط را می یابیم:



$$l = l_1 + l_2 + l_3 = 3 + 72 + 8 = 83 \text{ m}$$

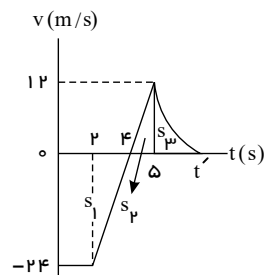
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{83}{10} \Rightarrow s_{av} = 8.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹۶ گزینه ۳

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان در هر بازه زمانی، تغییر مکان متحرک را طی آن بازه نشان می دهد. ابتدا به کمک تشابه مثلث ها، سرعت متحرک را در لحظه $t = 2 \text{ s}$ (یا $t = 0$) می یابیم:

$$\frac{v_5}{|v_2|} = \frac{5-4}{4-2}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{|v_2|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |v_2| = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_0 = v_2 = -24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



برای محاسبه مکان متحرک در لحظه t' داریم:

$$x(t') - x(0) = -S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow x(t') - (-5) = \left[-\frac{4+2}{2} \times 24 \right] + \left[\frac{(5-4) \times 12}{2} \right] + 15$$

$$\Rightarrow x(t') = -56 \text{ m}$$

۹۷ گزینه ۴ در بازه زمانی 0 s تا 4 s که نمودار بالای محور زمان قرار دارد متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است و در بازه زمانی 4 s تا 14 s چون نمودار زیر محور زمان قرار دارد

متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت می کند. با توجه به رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av(0-4s)} = \frac{v_4 - v_0}{4 - 0} \Rightarrow a_{av(0-4s)} = \frac{0 - 20}{4 - 0} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow |a_{av(0-4s)}| = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{av(4s-14s)} = \frac{v_{14} - v_4}{14 - 4} = \frac{-5 - 0}{10} = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow |a_{av(4s-14s)}| = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{|a_{av(0-4s)}|}{|a_{av(4s-14s)}|} = \frac{5}{0.5} = 10$$

۹۸ گزینه ۱ فقط گزینه «ب» درست است، زیرا در بازه t_1 تا t_2 سرعت مثبت است یعنی متحرک در جهت محور حرکت کرده.

گزینه الف غلط است چون در لحظه t_1 فقط جهت شتاب تغییر کرده

گزینه پ غلط است چون در بازه صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

گزینه ت غلط است چون در بازه صفر تا t_2 در ابتدا شتاب مثبت (در جهت محور) سپس منفی است (در خلاف جهت محور)، (دقت کنید که شیب خط مماس بر $t - v$ همان شتاب متحرک است).

۹۹ گزینه ۳ شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان برابر شتاب است.

$$t = 4 \text{ s} : a_2 = \frac{6}{4-2} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

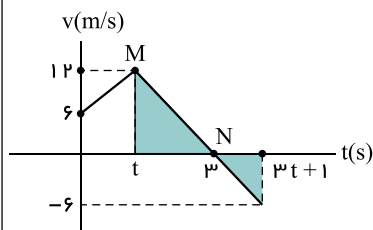
$$t = 2 \text{ s} : a_1 = \frac{2}{2-1} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{2} = 1.5$$

در آخر داریم:

۱۰۰ گزینه ۳

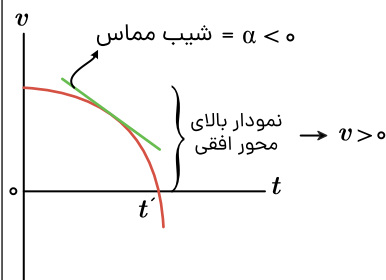
طبق نمودار داده شده در بازه زمانی $(t, 3)$ حرکت متحرک به گونه ای است که $v > 0$ و $a < 0$ است. حال با توجه به تشابه مثلث های مشخص شده روی نمودار داریم:



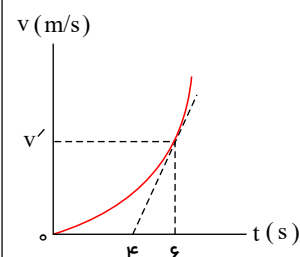
$$\frac{12}{3-t} = \frac{6}{3t+1-3} \Rightarrow \frac{2}{3-t} = \frac{1}{3t-2} \Rightarrow 6t-4=3-t \Rightarrow 7t=7 \Rightarrow t=1(s)$$

$$\text{شیب خط } MN = a = \frac{-12}{2} = -6 \left(\frac{m}{s^2} \right) \text{ در بازه } (1-3) \text{ ثانیه}$$

۱۰۱ گزینه ۳



۱۰۲ گزینه ۳



شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه برابر با شتاب متحرک در آن لحظه است. بنابراین اگر فرض کنیم سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$ برابر با v' باشد، شتاب در لحظه $t = 6s$ برابر است با:

$$a = \text{شیب خط مماس در لحظه } 6s$$

$$\Rightarrow a = \frac{v' - 0}{6 - 4} \Rightarrow a = \frac{v'}{2}$$

از طرفی با توجه به تعریف شتاب متوسط، در بازه زمانی صفر تا $6s$ داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v' - 0}{6 - 0} \Rightarrow a_{av} = \frac{v'}{6}$$

$$\frac{a}{a_{av}} = \frac{\frac{v'}{2}}{\frac{v'}{6}} = 3$$

در نتیجه:

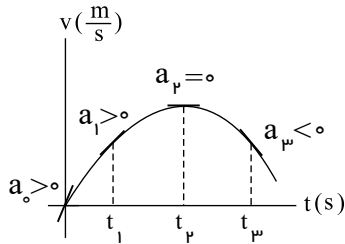
۱۰۳ گزینه ۱ باید دقت کرد که علامت شتاب متوسط با علامت $\Delta \vec{v}$ (تغییر بردار سرعت) یکسان است و علامت سرعت جهت حرکت را مشخص می کند. در بازه های زمانی صفر تا $4s$ و $10s$ تا $14s$ چون سرعت منفی است، جهت حرکت در جهت منفی محور x ها است.

Δv در بازه زمانی صفر تا $4s$ مثبت ($\Delta v = 0 - (-v_0) = v_0$) اما در بازه زمانی $10s$ تا $14s$ منفی ($\Delta v = -v_0 - 0 = -v_0$) است، بنابراین گزینه ۱، صحیح است.

۱۰۴ گزینه ۴ سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان نشان دهنده جابه جایی متحرک است. از آنجایی که در بازه زمانی t_1 تا t_2 سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برای متحرک A بیشتر از متحرک B است، بنابراین جابه جایی و همچنین اندازه سرعت متوسط متحرک A از B بیشتر خواهد بود. در حرکت روی خط راست که تغییر جهت نداشته باشیم، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط یکسان است. بنابراین تندی متوسط متحرک A از B بیشتر است. اما شتاب متوسط که نسبت تغییرات سرعت به تغییرات زمان می باشد، برای هر دو متحرک یکسان است.

۱۰۵ گزینه ۱ همان طور که می دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در هر لحظه برابر با شتاب لحظه ای متحرک در آن لحظه است. در لحظه t_2 شیب خط مماس صفر و شتاب صفر است. در لحظه t_3 شیب خط مماس بر نمودار منفی است و جهت بردار شتاب خلاف جهت محور x است. در لحظات t_1 و مبدأ زمان، شیب خط مماس بر نمودار مثبت است و بردار شتاب در

جهت محور x است و اندازه شیب در مبدأ زمان نسبت به لحظه t_1 بیشتر است.



۱۰۶ گزینه ۳ ابتدا سرعت متحرک را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{2} = -3 \frac{m}{s}$$

دو ثانیه ششم یعنی از $t_1 = 10s$ تا $t_2 = 12s$ می‌باشد و شروع این بازه، یعنی لحظه $t_1 = 10s$ که به کمک معادله مکان - زمان داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[t_1=10s]{x_1=-12m} -12 = -3 \times 10 + x_0 \Rightarrow x_0 = 18m$$

معادله مکان - زمان برابر است با:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -3t + 18$$

۱۰۷ گزینه ۴ در گزینه «۱»، $x = \pm 2t$ ، یعنی به ازای هر t ، دو تا x داریم و متحرک در هر لحظه در دو نقطه قرار دارد که امکان ناپذیر می‌باشد.

در گزینه «۲» نیز مثل گزینه «۱»، به ازای هر t ، دو تا x داریم که باز هم امکان ناپذیر است.

گزینه «۳»، معادله سرعت متحرک می‌باشد و مکان را مشخص نمی‌کند.

۱۰۸ گزینه ۱ معادله مکان - زمان متحرک به صورت زیر است:

$$x = vt$$

حال با فرض اینکه متحرک مسیر ۲۶۰ متری را در مدت t_1 می‌پیماید:

$$260 = vt_1 \quad (1)$$

اگر متحرک $6m/s$ به سرعت خود بیفزاید، مسیر را ۳s زودتر به پایان می‌رساند، پس:

$$260 = (v + 6)(t_1 - 3) \quad (2)$$

سمت چپ رابطه‌های (۱) و (۲) برابر است، پس:

$$vt_1 = (v + 6)(t_1 - 3) \Rightarrow \cancel{vt_1} = \cancel{vt_1} - 3v + 6t_1 - 18 \Rightarrow 3v = 6t_1 - 18 \Rightarrow v = 2t_1 - 6 \quad (3)$$

حال v از رابطه (۳) را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و مقادیر v و t_1 را به دست می‌آوریم:

$$(1): 260 = vt_1 \xrightarrow{(3)} 260 = (2t_1 - 6)(t_1) \Rightarrow 260 = 2t_1^2 - 6t_1 \Rightarrow 2t_1^2 - 6t_1 - 260 = 0 \Rightarrow t^2 - 3t - 130 = 0 \Rightarrow (t + 10)(t - 13) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 13s \text{ ق. ق.} \\ t = -10s \text{ غ. ق.} \end{cases} \Rightarrow 260 = vt_1 \Rightarrow 260 = v \times 13 \Rightarrow v = 20m/s$$

بنابراین با توجه به سرعت معادله مکان - زمان به صورت زیر خواهد شد و با استفاده از آن می‌توانیم مسافت متحرک در مدت زمان ۶s را به دست آوریم:

$$x = vt \Rightarrow x = 20t \xrightarrow{t=6s} x = 120m$$

$$\frac{x_{6s}}{x_{13}} = \frac{120}{260} = \frac{6}{13}$$

۱۰۹ گزینه ۲ ابتدا معادله مکان - زمان دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_A = A \text{ شیب خط} = \frac{0 - 16}{4 - 0} = -4 \frac{m}{s}$$

$$v_B = B \text{ شیب خط} = \frac{0 - (-3)}{3 - 0} = 1 \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار، دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند؛ پس می‌توان برای هر متحرک نوشت:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \rightarrow x_A = -4t + 16 \\ x_B = v_B t + x_{0B} \rightarrow x_B = t - 3 \end{cases}$$

اگر فاصله دو متحرک را d بنامیم، می‌توان نوشت: $d = |x_A - x_B|$ ، بنابراین:

$$d = |(-4t + 16) - (t - 3)| = |-5t + 19|$$

$$d = 4m \Rightarrow |-5t + 19| = 4 \Rightarrow \begin{cases} -5t_1 + 19 = 4 \rightarrow t_1 = 3s \\ -5t_2 + 19 = -4 \rightarrow t_2 = 4.6s \end{cases}$$

بنابراین فاصله زمانی این دو لحظه برابر $4.6s - 3 = 1.6s$ است.

۱۱۰ گزینه ۱ با توجه به نمودار مکان - زمان، هر دو متحرک دارای سرعت ثابت می‌باشند، پس ابتدا سرعت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{0 - 10}{5} = -2 \frac{m}{s}$$

$$v_B = \frac{0 - (-18)}{2} = 9 \frac{m}{s}$$

بنابراین معادله مکان - زمان این دو متحرک برابر است با:

$$\Rightarrow x_A = v_A t + x_{0A} = -2t + 10$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} = 9t - 18$$

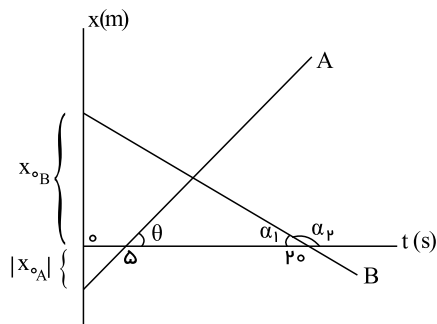
حال لحظه‌ای را که فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر با ۴۲ متر می‌شود، می‌یابیم:

$$x_B - x_A = 42 \Rightarrow (9t - 18) - (-2t + 10) = 42 \Rightarrow t = 10s$$

۱۱۱ گزینه ۳ ابتدا رابطه بین x_{OA} و x_{OB} را محاسبه می‌کنیم، سپس مقدار هریک را تعیین می‌کنیم.

$$x_{0B} + |x_{0A}| = 150m \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_A > 0 \\ v_B < 0 \end{cases} \xrightarrow{(A \text{ تند}) = 2(B \text{ تند})} v_A = 2|v_B|$$



می‌دانیم شیب خطوط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و اگر نمودار یک خط مایل باشد، خود شیب این خط برابر سرعت لحظه‌ای آن متحرک است.

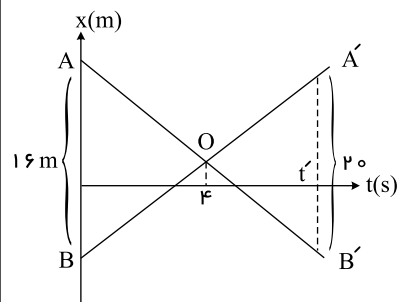
$$\begin{cases} v_A = A_{\text{تندی}} = \frac{|x_{0A}|}{5} & (2) \\ |v_B| = \frac{x_{0B}}{20} & (3) \end{cases} \xrightarrow{v_A = 2|v_B|} \frac{|x_{0A}|}{5} = 2 \frac{x_{0B}}{20} = \frac{x_{0B}}{10} \Rightarrow |x_{0A}| = \frac{x_{0B}}{2} \Rightarrow x_{0B} = 2|x_{0A}| \xrightarrow{(1)} \begin{cases} |x_{0A}| = 50 \Rightarrow x_{0A} = -50m \\ x_{0B} = 100m \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow v_A = \frac{50}{5} = 10 \frac{m}{s}, (3) \Rightarrow v_B = -\frac{100}{20} = -5 \frac{m}{s}$$

در نهایت معادلات مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم و فاصله دو متحرک را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \\ x_B = v_B t + x_{0B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t - 50 \\ x_B = -5t + 100 \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 15t - 150 \Rightarrow x_A - x_B = 15 \times 20 - 150 = 150m \Rightarrow x_A - x_B = 150m$$

۱۱۲ گزینه ۳ فاصله دو ذره در $t = 0$ برابر $16m$ است.



این فاصله به تدریج کم شده و در $t = 4$ برابر صفر می‌شود و دوباره فاصله شروع به افزایش می‌کند، اگر فاصله دو متحرک در t_1 برابر ۲۰ متر شود، با استفاده از تشابه دو مثلث OAB و $OA'B'$ داریم:

$$\frac{16}{20} = \frac{4}{t' - 4} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{4}{t' - 4} \Rightarrow t' - 4 = 5 \Rightarrow t' = 9s$$

۱۱۳ گزینه ۴ با توجه به اینکه در لحظه $t = 3s$ از مبدأ مکان ($x = 0$) می‌گذرد، می‌توانیم معادله حرکتش را به صورت زیر بیابیم. دقت کنید که در $t = 2s$ در مکان‌های منفی قرار دارد ($x < 0$) یعنی داریم:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$x = vt + x_0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} t = 3s, x = 0 \rightarrow 0 = 3v + x_0 \\ t = 2s, x = -3 \rightarrow -3 = 2v + x_0 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_0 = -9 \\ v = 3m/s \end{array} \right.$$

پس در نهایت داریم:

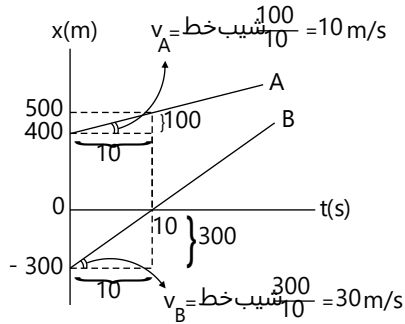
$$x = 3t - 9 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 6 \rightarrow t = 5s \\ x = -6 \rightarrow t = 1s \end{array} \right.$$

یعنی در دو لحظه در مکان‌های $-6m, +6m$ قرار دارد.

۱۱۴ گزینه ۲ در ابتدا معادله حرکت هر یک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300 \end{array} \right.$$

$$V_B = \text{شیب خط} = \frac{300}{10} = 30 \frac{m}{s}$$

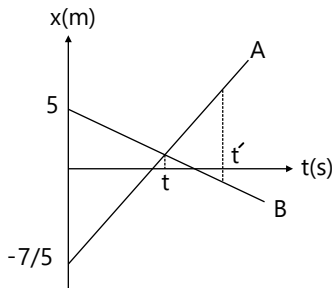


این دو متحرک، دو بار در فاصله ۶۰۰ متری هم قرار می‌گیرند. یک بار قبل از اینکه به هم برسند و بار دیگر بعد از اینکه به هم رسیده و دوباره از هم دور شوند یعنی:

$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = |(10t + 400) - (30t - 300)| = -20t + 700 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_A - x_B = 600 = -20t + 700 \rightarrow t_1 = 5s \\ x_A - x_B = -600 = -20t + 700 \rightarrow t_2 = 65s \end{array} \right. \rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

۱۱۵ گزینه ۳

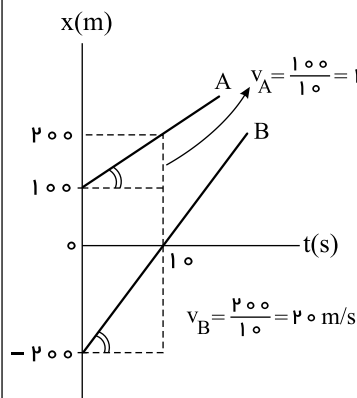
در مبدأ زمان، فاصله دو متحرک از یکدیگر $12.5m$ است. چون بعد از ۱ ثانیه، فاصله آن‌ها برابر $10m$ می‌شود پس سرعت نسبی دو متحرک برابر است با:



$$V_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2.5}{1} = 2.5 \frac{m}{s}$$

پس در هر ثانیه، دو متحرک $2.5m$ به یکدیگر نزدیک می‌شود. بنابراین $\frac{10}{2.5} = 4s$ طول می‌کشد تا فاصله آن دو از $10m$ به صفر برسد یعنی $t = 4 + 1 = 5s$ (لحظه عبور دو متحرک از کنار هم) هم‌چنین دوباره $4s$ طول می‌کشد تا فاصله آن‌ها از صفر به $10m$ برسد یعنی $t' = 5 + 4 = 9s$ در نتیجه $\frac{t'}{t} = \frac{9}{5} = 1.8$

۱۱۶ گزینه ۳



در ابتدا سرعت هر یک از متحرک‌ها و به دنبال آن مسیر حرکت آنها را رسم می‌کنیم و معادله حرکت آنها را می‌نویسیم. می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. در اینجا که سرعت متحرک‌ها ثابت است، داریم:

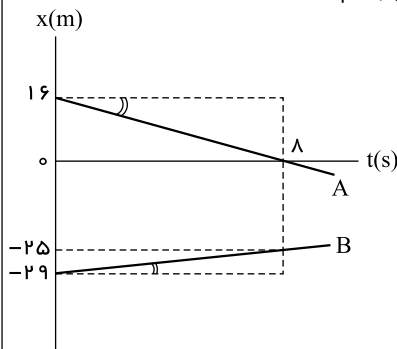
$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 100 \\ x_B = 30t - 200 \end{cases}$$

با توجه به اینکه تندی متحرک B بیشتر از متحرک A است، مرتباً به متحرک A نزدیک شده و بعد از رسیدن به متحرک A، از آن جلو می‌افتد، پس دوبار فاصله آنها از هم ۲۰ متر می‌شود.

$$|x_A - x_B| = 20m \Rightarrow \begin{cases} x_A - x_B = 20m \\ x_B - x_A = 20m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10t_1 + 100 - (30t_1 - 200) = 20 \\ 30t_2 - 200 - (10t_2 + 100) = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 28s \\ t_2 = 32s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 4s$$

۱۱۷ گزینه ۱

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. بنابراین در ابتدا معادله حرکت هر یک از دو متحرک را می‌نویسیم.



$$\Rightarrow v_A = \text{شیب خط} = \frac{-16}{18} = -\frac{4}{9} \frac{m}{s}$$

$$v_B = \text{شیب خط} = \frac{4}{18} = \frac{1}{9} \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{4}{9}t + 16 \\ x_B = \frac{1}{9}t - 29 \end{cases}$$

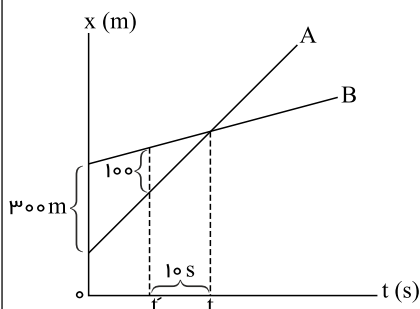
و در لحظه به هم رسیدن دو متحرک به یکدیگر داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -\frac{4}{9}t + 16 = \frac{1}{9}t - 29 \Rightarrow \frac{5}{9}t = 45 \Rightarrow t = 18s$$

و مکان هر یک در این لحظه برابر است با:

$$x_B = x_A = -\frac{4}{9}t + 16 \xrightarrow{t=18s} x_A = -\frac{4}{9} \times 18 + 16 \Rightarrow x_B = x_A = -20m$$

۱۱۸ گزینه ۲ اگر لحظه به هم رسیدن دو متحرک را t و لحظه‌هایی که فاصله دو متحرک از هم برابر ۱۰۰ متر است را t' و t'' بنامیم، بدیهی است که فاصله زمانی (t تا t') و (t تا t'')، هر کدام برابر ۱۰ ثانیه است. (چرا؟)



حال با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{100}{300} = \frac{10}{t} \Rightarrow t = 30s$$

پس t' = ۲۰s و t'' = ۴۰s است.

حال اگر معادله حرکت دو متحرک را نوشته و با هم مساوی قرار دهیم، داریم:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \\ x_B = v_B t + x_{0B} \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} v_A t + x_{0A} = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{v_A = 6v_B}$$

$$6v_B t - v_B t = x_{0B} - x_{0A} \xrightarrow{x_{0B} - x_{0A} = 300m} 5v_B \times 300 = 3000 \Rightarrow v_B = 2 \frac{m}{s} \xrightarrow{v_A = 6v_B} v_A = 12 \frac{m}{s}$$

۱۱۹ گزینه ۱

گزینه ۱،

از روی نمودار، سرعت خودروهای A و B را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \Delta x_B = 450 - 300 = 150m \\ \Delta t_B = 10 - 0 = 10s \end{cases} \Rightarrow v_B = \frac{150}{10} = 15 \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} \Delta x_A = -150 - (-300) = 150m \\ \Delta t_A = 5s \end{cases} \Rightarrow v_A = \frac{150}{5} = 30 \frac{m}{s}$$

اکنون معادله مکان - زمان دو خودرو را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0$$

$$\begin{cases} v_B = 15 \frac{m}{s} \\ x_{0B} = 300m \end{cases} \Rightarrow x_B = 15t + 300 \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_A = 30 \frac{m}{s} \\ x_{0A} = -300m \end{cases} \Rightarrow x_A = 30t - 300 \quad (2)$$

در $t = 0s$ فاصله دو متحرک ۶۰۰ متر است و متحرک B جلوتر از متحرک A است. با توجه به این که $v_A > v_B$ است، ابتدا فاصله دو متحرک A و B کاهش می‌یابد تا زمانی که دو متحرک به هم برسند و سپس متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد و فاصله دو متحرک پس از این لحظه پیوسته افزایش می‌یابد. بنابراین در لحظه‌ای که فاصله دو متحرک ۹۰۰ متر است، متحرک A جلوتر از متحرک B است.

$$\Delta x = x_A - x_B = 900m \Rightarrow (30t - 300) - (15t + 300) = 900 \Rightarrow t = \frac{1500}{15} = 100s$$

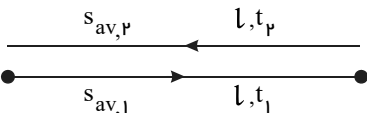
راه دوم: با استفاده از سرعت نسبی می‌توان مسئله را در مدت زمان کوتاه‌تری حل نمود. در ابتدا متحرک B ، ۶۰۰ متر جلوتر از متحرک A است. با توجه به این که تندی متحرک B کم‌تر از

متحرک A است. برای آن که فاصله دو متحرک به ۹۰۰ متر برسد بایستی متحرک A از B سبقت بگیرد، به عبارت دیگر، در لحظه‌ای که دو متحرک در فاصله ۹۰۰ متری یکدیگر قرار

می‌گیرند، متحرک B ، ۹۰۰ متر عقب‌تر از متحرک A قرار دارد.

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t + x_{0 \text{ نسبی}} \Rightarrow -900 = (15 - 30)t + 600 \Rightarrow t = \frac{1500}{15} = 100s$$

۱۲۰ گزینه ۳ با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:



$$s_{av, \text{کل}} = \frac{2\ell}{t_1 + t_2}, s_{av, 1} = \frac{\ell}{t_1}, s_{av, 2} = \frac{\ell}{t_2}$$

$$s_{av, \text{کل}} - s_{av, 1} = -5 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{\ell}{t_1} - \frac{2\ell}{t_1 + t_2} = 5 \Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1(t_1 + t_2)} = 5 \quad (I)$$

$$s_{av, 1} - s_{av, 2} = 8 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{\ell}{t_1} - \frac{\ell}{t_2} = 8 \Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1 t_2} = 8 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{t_2}{t_1 + t_2} = \frac{5}{8} \Rightarrow 8t_2 = 5t_1 + 5t_2 \Rightarrow 3t_2 = 5t_1 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{5}$$

۱۲۱ گزینه ۲ با توجه به تعریف سرعت متوسط داریم: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$$v_{av} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} \Rightarrow \frac{x_f - x_0}{t_f} = \frac{3m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{x_{10} - x_f}{t_{10} - t_f} \Rightarrow \frac{x_{10} - x_f}{t_{10} - t_f} = -6 \frac{m}{s} \Rightarrow \begin{cases} x_f - x_0 = 16m \\ x_{10} - x_f = -36m \end{cases}$$

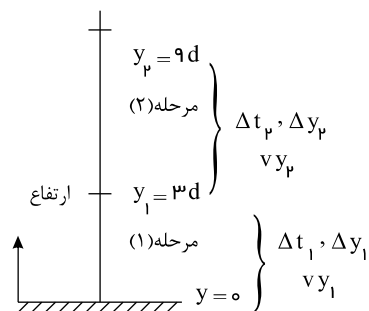
با توجه به رابطه به‌دست آمده داریم:

$$\begin{cases} x_f - x_0 = 16m \\ x_{10} - x_f = -36m \end{cases} \Rightarrow v_{av(0-10)} = \frac{x_{10} - x_0}{t_{10} - t_0} \xrightarrow{x_{10} - x_0 = -20m} v_{av} = -2 \frac{m}{s}$$

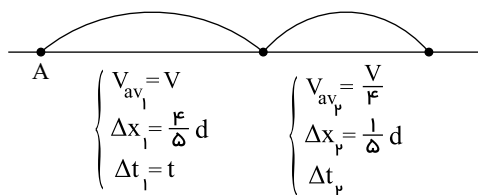
۱۲۲ گزینه ۴ حرکت به دو مرحله Δt_1 و Δt_2 تقسیم می‌شود. در مرحله اول جابه‌جایی صخره‌نورد برابر $\Delta y_1 = 3d$ و در مرحله دوم جابه‌جایی صخره‌نورد $\Delta y_2 = 9d - 3d = 6d$ است. زمان هر مرحله را نیز بر حسب جابه‌جایی و سرعت متوسط در هر مرحله به‌دست می‌آوریم.

$$\text{۱ زمان مرحله ۱ : } \Delta t_1 = \frac{\Delta y_1}{v_{y_p}} = \frac{3d}{v_{y_p}} \qquad \text{۲ زمان مرحله ۲ : } \Delta t_2 = \frac{\Delta y_2}{v_{y_p}} = \frac{6d}{v_{y_p}}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta y_1 + \Delta y_r}{\Delta t_1 + \Delta t_r} = \frac{rd + \cancel{rd}}{\frac{rd}{v_{y_1}} + \frac{\cancel{rd}}{v_{y_r}}} = \frac{\cancel{rd}d}{\frac{rdv_{y_r} + \cancel{rd}v_{y_1}}{v_{y_1} v_{y_r}}} \Rightarrow \frac{\cancel{r}d}{\frac{\cancel{r}d(v_{y_r} + rv_{y_1})}{v_{y_1} v_{y_r}}} = \frac{rv_{y_1} v_{y_r}}{rv_{y_1} + v_{y_r}}$$



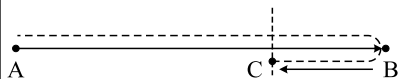
۱۲۳ گزینه ۴ باتوجه به شکل مسیر داریم: (کل مسیر را d فرض می‌کنیم)



برای تعیین سرعت متوسط در کل مسیر داریم:

$$\begin{aligned}
 v_{av} &= \frac{\Delta x_i + \Delta x_r}{\Delta t_i + \Delta t_r} \xrightarrow[\Delta x_r = \frac{1}{v} \Delta x_i = \frac{1}{v} v_{av} \Delta t_i]{\Delta x_i = v_{av} \Delta t_i} \\
 v_{av} &= \frac{v \cdot t + \frac{1}{v} v \cdot t}{t + \Delta t_r} \xrightarrow[\tau_p = t]{\Delta x_r = \frac{1}{v} \Delta x_i \rightarrow \frac{v}{v} t_r = \frac{1}{v} v \cdot t} \\
 v_{av} &= \frac{v \cdot t + \frac{1}{v} v \cdot t}{t + t} \rightarrow v_{av} = \frac{\delta}{\lambda} v
 \end{aligned}$$

۱۲۴ گزینه ۲



$$\Delta x_T = \overline{AC} = \overline{AB} - \overline{BC} = \overline{AB} - \frac{1}{5}\overline{AB} = \frac{4}{5}\overline{AB}$$

پس داریم:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \mathfrak{r}_\circ = \frac{\overline{AB}}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\overline{AB}}{\mathfrak{r}_\circ} \\
 v_v &= \frac{\Delta x_v}{\Delta t_v} \Rightarrow \mathfrak{l}_\circ = \frac{\frac{1}{\mathfrak{r}} \overline{AB}}{\Delta t_v} \Rightarrow \Delta t_v = \frac{\overline{AB}}{\mathfrak{r}_\circ} \\
 v_{av_T} &= \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} = \frac{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}} \overline{AB}}{\frac{\overline{AB}}{\mathfrak{r}_\circ} + \frac{\overline{AB}}{\mathfrak{r}_\circ}} = \frac{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}} \overline{AB}}{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}_\circ} \overline{AB}} = \mathfrak{l}_\Delta \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

۱۲۵ گزینه ۱ متحرک در یک مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت مسیری را طی کرده است؛ بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط یکسان است:

مسافت طی شده در $\frac{1}{4}$ اول مسیر:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{4} \Delta x_{\text{ك}} = \frac{1}{4} \times 2000 = 500 \text{ m}$$

مدت زمان پیمودن $\frac{1}{4}$ اول مسیر:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{av}} = \frac{\Delta_{00}}{100} = \Delta s$$

مدت زمان پیمودن مابقی مسیر:

$$\rightarrow \Delta t_r = \Delta t_{\text{کل}} - \Delta t_1 = 30 - 5 = 25s$$

۱۲۶ گزینه ۲ اگر کل مسیر را d بنامیم، داریم:

$$0.6d = \Delta x_1 + \Delta x_r \xrightarrow{\Delta x = v\Delta t} \frac{6}{10}d = (30)(2t) + (20)(3t) \rightarrow d = 200t \rightarrow t = \frac{d}{200}$$

متحرک ۴۰ درصد باقی مانده از مسیر را با سرعت متوسط $3 \frac{m}{s}$ طی می کند؛ بنابراین برای ۷۵ درصد اول مسیر داریم:

$$\begin{cases} \Delta t_1 + \Delta t_r = \Delta t = \frac{5d}{200} \\ \Delta t_r = \frac{0.15d}{v_r} = \frac{0.15d}{3} \end{cases} \quad v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_r + \Delta x_r}{\Delta t_1 + \Delta t_r + \Delta t_r} = \frac{\frac{75}{100}d}{\frac{5d}{200} + \frac{0.15d}{3}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{200} + \frac{5}{100}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{15}{200}} \Rightarrow v_{av} = 10 \frac{m}{s}$$

۱۲۷ گزینه ۲ برای تعیین جابجایی در هر مرحله از رابطه $\Delta x = v \times \Delta t$ استفاده می کنیم

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_r + \Delta x_r + \dots}{1 + 1 + 1 + \dots} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_r \Delta t_r + v_r \Delta t_r + \dots + v_n \Delta t_n}{1 + 1 + 1 + \dots} = \frac{1 \times 1 + 1 \times 4 + 1 \times 9 + 1 \times 16 + \dots}{n}$$

$$= \frac{1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2}{n} = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n}$$

نکته ریاضی:

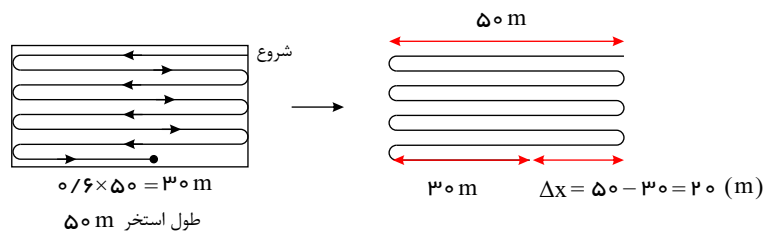
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}{n} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{2n^2 + 3n + 1}{6}$$

۱۲۸ گزینه ۲ سرعت متوسط نسبت جابجایی به زمان است. جابجایی هم بردار است از محل اول به محل آخر، پس لازم است بینیم متحرک در آخر کجاست. چون طول استخر ۵۰ متر بوده پس از

۳۸۰ متر شنا کردن متحرک $(\frac{380}{50} = 7.6)$ طول استخر را طی کرده است. با هر رفت و برگشت، متحرک به محل اول برمی گردد، در نتیجه متحرک $(7.6 = \underbrace{6}_{2 \times 3} + 1.6)$ بار ۳ به

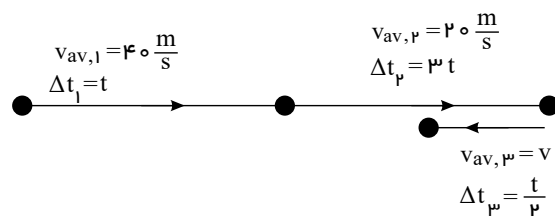
محل اول برگشته و بار آخر به انتها رفته و ۰٫۶ مسیر را برگشته (مطابق شکل) بنابراین جابجایی برابر است با:



سوال اندازه سرعت متوسط را خواسته. پس:

$$|\bar{v}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} m/s$$

۱۲۹ گزینه ۴ شکلی مطابق زیر از حرکت متحرک رسم کرده ایم:



ابتدا مسافت کلی طی شده توسط متحرک را به دست می آوریم:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = |v_{av,1} \Delta t_1| + |v_{av,2} \Delta t_2| + |v_{av,3} \Delta t_3|$$

$$\Rightarrow \ell = |40 \times t| + |20 \times 3t| + |v(\frac{t}{3})| = 100t + \frac{|v|t}{3}$$

مدت زمان کل حرکت نیز برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = t + 3t + \frac{t}{3} = \frac{9t}{3}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\Rightarrow s_{av(\text{کل})} = \frac{\ell_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{100t + \frac{|v|t}{2}}{\frac{9t}{2}} = \frac{200 + |v|}{9}$$

از طرف دیگر جابه‌جایی انجام شده توسط متحرک در $4t$ ثانیه اول برابر است با:

$$\Delta x' = \Delta x_1 + \Delta x_2 = (40 \times t) + (20 \times 3t) = 100t$$

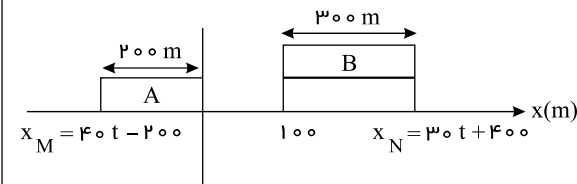
مدت زمان این بازه نیز چنین است:

$$\Delta t' = t + 3t = 4t \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100t}{4t} = 25 \frac{m}{s}$$

بر اساس صورت سؤال:

$$s_{av(\text{کل})} = \frac{16}{15} \times v_{av} = \frac{16}{15} \times 25 = \frac{80}{3} \Rightarrow \frac{200 + |v|}{9} = \frac{80}{3} \Rightarrow |v| = 40 \frac{m}{s}$$

۱۳۰ گزینه ۲ هنگامی که قطار A از قطار B سبقت گرفته و به‌طور کامل از آن عبور کند، $x_M = x_N$ می‌شود.



$$\begin{aligned} x_M &= 40t - 200 & x_N &= 30t + 400 \\ x_M &= 40t - 200 & x_N &= 30t + 400 \end{aligned} \xrightarrow{x_M = x_N} 40t - 200 = 30t + 400 \rightarrow 10t = 600 \rightarrow t = 60s$$

۱۳۱ گزینه ۱ تندی شخص v_1 و تندی پله برقی v_2 است:

$$v_1 = \frac{d_1}{t_1}$$

$$v_2 = \frac{d_2}{t_2}$$

اگر پله برقی و شخص با هم در یک جهت حرکت کنند، تندی کل $v_1 + v_2$ خواهد بود:

$$v_1 + v_2 = \frac{d}{t'} \Rightarrow \frac{d}{t_1} + \frac{d}{t_2} = \frac{d}{t'} \Rightarrow \frac{1}{t'} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} \Rightarrow t' = \frac{3}{4} \min = 45s$$

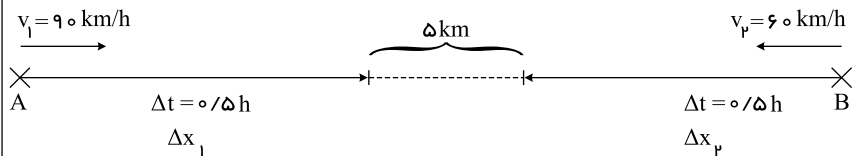
۱۳۲ گزینه ۴ از رابطه حرکت یکنواخت استفاده می‌کنیم:

$$v_2 > v_1 \Rightarrow t_1 - t_2 = 20s$$

$$\frac{\Delta x_1}{v_1} - \frac{\Delta x_2}{v_2} = 20 \rightarrow \frac{400}{v_1} - \frac{400}{v_2} = 20 \rightarrow 20 \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = 1 \rightarrow \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 v_2} \right) = \frac{1}{20} \rightarrow \frac{10}{v_1 v_2} = \frac{1}{20} \rightarrow v_1 v_2 = 200 \rightarrow \begin{cases} v_1 = -20 \frac{m}{s} \\ v_2 = 10 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_1(10 + v_1) = 200 \rightarrow v_1^2 + 10v_1 - 200 = 0 \rightarrow v_2 - v_1 = 10 \rightarrow v_2 = 10 + 10 = 20 \frac{m}{s}$$

۱۳۳ گزینه ۱ برای پاسخ به این مسأله ابتدا بایستی فاصله بین ۲ شهر را به دست آوریم. برای این منظور می‌توانیم از طریق مجموع بزرگی جابه‌جایی‌های طی شده دو متحرک در مدت ۵ ساعت، اقدام نمائیم.



$$\text{بزرگی جابه‌جایی متحرک ۱ در نیم ساعت} \rightarrow \Delta x_1 = v_1 t = 90 \times 0.5 = 45 km$$

$$\text{بزرگی جابه‌جایی متحرک ۲ در نیم ساعت} \rightarrow \Delta x_2 = v_2 t = 60 \times 0.5 = 30 km \rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 + 5 km = 45 + 30 + 5 = 80 km$$

اکنون که فاصله بین ۲ شهر به دست آمده، می‌توانیم از رابطه $\Delta x = v_2 t$ با قرار دادن فاصله ۲ شهر به جای Δx در رابطه، مقدار t را به دست آوریم:

$$80 = 60t \rightarrow t = \frac{4}{3} (h)$$

می‌توان این مسأله را از طریق نوشتن معادلات مکان - زمان هر دو متحرک و همچنین از طریق مفاهیم نسبی حل نمود.

روش دوم برای تعیین فاصله بین شهرها: می‌دانیم که در این‌جا بزرگی سرعت هر یک نسبت به دیگری $150 km/h$ است. (یعنی در هر ساعت $150 km$ به هم نزدیک می‌شوند) پس در مدت

نیم ساعت اول، جابه‌جایی هر یک نسبت به دیگری $75 km$ می‌شود و چون $5 km$ دیگر مانده تا به هم برسند، فاصله دو شهر از هم $80 km$ است.

۱۳۴ گزینه ۱

$$\begin{array}{c} |v_p| = 10 \left(\frac{m}{s} \right) \quad |v_1| = 15 \left(\frac{m}{s} \right) \\ \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \\ \underbrace{\quad \quad \quad}_{(2)} \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{(1)} \\ \underbrace{\quad \quad \quad}_{|\Delta x_p|} \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{|\Delta x_1|} \\ d = |\Delta x_1| + |\Delta x_p| \end{array}$$

چون دو متحرک هم‌زمان و در دو سوی مخالف از مبدأ می‌گذرند، هنگامی فاصله آنها ۵۰ متر می‌شود که مجموع مسافت‌های طی‌شده توسط آنها ۵۰ متر شود. یعنی داریم:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = v_1 t \\ \Delta x_p = v_p t \end{cases} \xrightarrow{d = |\Delta x_1| + |\Delta x_p|} d = (|v_1| + |v_p|)t \xrightarrow{d = 50m} 50 = (15 + 10)t \rightarrow t = 2s$$

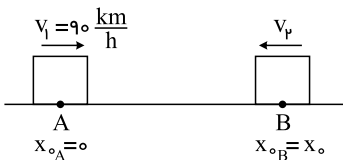
$|v_1| = 15 \frac{m}{s}, |v_p| = 10 \frac{m}{s}$

۱۳۵ گزینه ۴

نکته: اگر دو متحرک در یک امتداد و در دو سوی مخالف با سرعت‌های v_1 و v_p حرکت کنند، سرعت هر یک نسبت به دیگری $(v_1 + v_p)$ است.

اگر مطابق شکل، فرض کنیم که دو متحرک از شهرهای A و B شروع به حرکت کرده‌اند و به هم نزدیک می‌شوند. دو بار فاصله آنها ۲۰ کیلومتر می‌شود، یک بار قبل از رسیدن به هم و بار دوم وقتی از کنار هم رد شده‌اند؛ بنابراین داریم:

$$x = vt + x_0 \rightarrow \begin{cases} x_A = 90t \\ x_B = -v_p t + x_0 \end{cases}$$



در لحظه به هم رسیدن:

$$x_A = x_B \rightarrow 90t = -v_p t + x_0 \rightarrow (90 + v_p)t = x_0 \xrightarrow{t = \frac{1}{2}h} (90 + v_p) \frac{1}{2} = x_0 \Rightarrow (90 + v_p) = 2x_0 \quad (1)$$

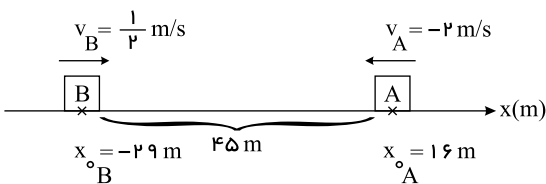
و در لحظه‌ای که برای دومین بار به فاصله ۲۰ کیلومتری از هم می‌رسند:

$$x_A - x_B = 20 \rightarrow 90t + v_p t - x_0 = 20$$

$$\xrightarrow{t = \frac{5}{18}h} (90 + v_p) \frac{5}{18} - x_0 = 20 \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} (1) \rightarrow v_p = 70 \frac{km}{h} \\ (2) \end{array}$$

۱۳۶ گزینه ۲ اگر مسیر حرکت دو متحرک را از لحظه $t = 0$ به بعد رسم کنیم، داریم:



با توجه به اینکه دو متحرک، قبل از رسیدن به هم، به یکدیگر نزدیک می‌شوند و فاصله اولیه آنها از هم ۴۵ متر است، کافیست که هریک نسبت به دیگری ۵ متر جابه‌جا شود و در این مدت فاصله آنها از هم بیشتر از ۴۰ متر است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x_A = -2t + 16 \\ x_B = \frac{1}{5}t - 29 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_A - x_B = -2,5t + 45 \xrightarrow{x_A - x_B = 40m} 40 = -2,5t + 45 \Rightarrow 2,5t = 5 \Rightarrow t = 2s$$

روش دوم: در هر ثانیه دو متحرک ۲,۵ متر به هم نزدیک می‌شوند. (متحرک A ، دو متر و متحرک B نیم‌متر) پس فاصله ۵ متری آنها از هم در مدت ۲ ثانیه کاهش می‌یابد که در این ۲ ثانیه همواره فاصله آنها بیشتر از ۴۰ متر است.

۱۳۷ گزینه ۳ فاصله بین دو متحرک در دو حالت، به صورت زیر تغییر می‌کند (با توجه به گزینه‌ها، $v_p > v_1$ است؛ بنابراین در حالت دوم، اختلاف سرعت‌ها برابر $v_p - v_1$ است، نه $v_1 - v_p$):

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\begin{aligned} \Delta x = (v_2 + v_1)t & \Rightarrow \begin{cases} 16 = (v_2 + v_1) \times 1 \\ 240 = (v_2 - v_1) \times 60 \end{cases} \\ \Delta x' = (v_2 - v_1)t & \Rightarrow \begin{cases} 16 = v_2 + v_1 \\ 240 = v_2 - v_1 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} 16 = v_2 + v_1 \\ 4 = v_2 - v_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2 = 10 \frac{m}{s} \\ v_1 = 6 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

۱۳۸ گزینه ۲ روش اول: شرط به هم رسیدن دو متحرک A و B این است که مکان آنها در یک زمان با هم مساوی شود. پس کافیت معادله مکان دو متحرک را نوشته و مساوی هم قرار دهیم.
(می دانیم: $x = vt + x_0$ معادله مکان با سرعت ثابت)

$$x_A = x_B$$

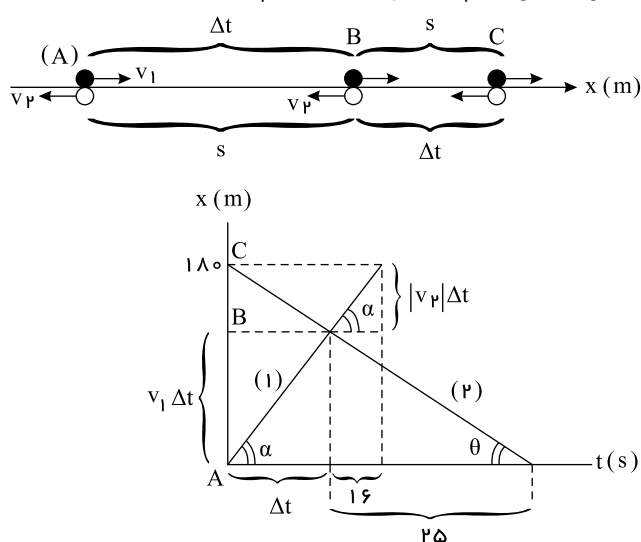
$$\begin{aligned} x_A = -25t + 700 \\ x_B = 50 + (-200) \end{aligned} \rightarrow -25t + 700 = +50t - 200 \rightarrow 900 = 75t \rightarrow t = 12(s)$$

روش دوم: به کمک حرکت نسبی می توان نوشت: $\Delta x = v_{\text{نسبی}} \times t$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x = \text{تغییر فاصله متحرکها} &= 700 - (-200) - 0 = 900 \\ v = \text{تقریب برداری سرعتها} &= 50 - (-25) = 75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 900 = 75 \times t \rightarrow t = 12s$$

۱۳۹ گزینه ۲ این تست سالیان بسیار قبل در کنکور (البته با محاسبات ساده تر) مطرح شده بود و تست بسیار جالبی است. می خواهیم یک روش خلافتانه ارائه کنیم!

کافی است امتداد مسیر را منطبق بر محور x گرفته و نمودار $x - t$ دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنیم. شیب خط مماس بر نمودار $(x - t)$ برابر سرعت (لحظه ای) در آن لحظه است.



۲ نکته:

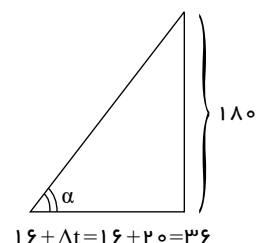
$$\begin{aligned} (1) \text{ دقت داریم که } v_1 > 0 \text{ و } v_2 < 0 \\ (2) \text{ جایجایی در مدت زمان } \Delta t \text{ برابر دو متحرک} \end{aligned}$$

$$(1) \text{ شیب خط } 1 = v_1 \text{ سرعت متحرک (1)} = \frac{|v_2| \Delta t}{16} \quad (*)$$

$$(2) \text{ شیب خط } 2 = v_2 \text{ سرعت متحرک (2)} = \frac{v_1 \Delta t}{240} \quad (**)$$

$$(*) \text{ و } (**) \Rightarrow \frac{(\frac{v_1 \Delta t}{240})(\Delta t)}{16} = v_2 \Rightarrow \frac{\Delta t^2}{240 \times 16} = 1 \xrightarrow{\text{جنر}} \frac{\Delta t}{5 \times 4} = 1$$

$$\Delta t = 20s \Rightarrow v_1 = 1 \text{ شیب خط } 1 = \frac{180}{\Delta t} = \frac{180}{36} = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = 5 \frac{m}{s}$$



۱۴۰ گزینه ۳ چون تندی دو متحرک یکسان است و متحرک A نسبت به متحرک B در مبدأ زمان در فاصله نزدیک تری به مبدأ مکان قرار دارد، بنابراین متحرک A سریع تر به مبدأ مکان

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_A = 0, x_{0A} = 30m} 0 = v_A t + 30 \text{ می رسد.}$$

$$t = \frac{-3}{v_A} \xrightarrow{v_A < 0} t = \frac{30}{|v_A|} \quad (I)$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$x_B = v_B t' + x_{oB} \xrightarrow[t' = t + 2,5]{x_{oB} = -60m} 0 = v_B(t + 2,5) - 60 \Rightarrow t + 2,5 = \frac{60}{|v_B|} \quad (II) \quad (v_B \text{ مثبت است})$$

اگر دو رابطه I و II را از هم کم کنیم داریم:

$$2,5 = \frac{60}{|v_B|} - \frac{30}{|v_A|} \xrightarrow{|v_B| = |v_A|} 2,5 = \frac{30}{|v_A|} \Rightarrow |v_A| = |v_B| = \frac{30}{2,5} \Rightarrow |v_A| = |v_B| = 12 \frac{m}{s} \begin{cases} x_A = -12t + 30 \\ x_B = 12t - 60 \end{cases}$$

در لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند $x_A = x_B$ است. داریم:

$$-12t + 30 = 12t - 60 \Rightarrow t = \frac{90}{24} = 3,75s$$

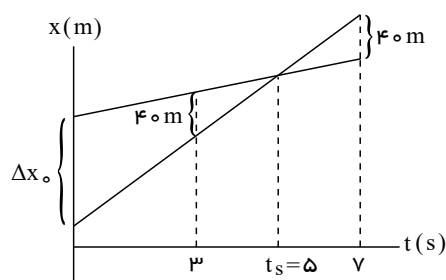
راه دوم: با توجه به این که $|v_A| = |v_B| = 12 \frac{m}{s}$ ، با استفاده از رابطه سرعت نسبی داریم:

$$t = \left| \frac{x_{\text{نسبی}}}{v_{\text{نسبی}}} \right| \xrightarrow[x_{\text{نسبی}} = 60 + 30 = 90m]{x_{\text{نسبی}} = 60 + 30 = 90m} t = \frac{90}{24} = 3,75s$$

۱۴۱ گزینه ۳ با استفاده از تشابه مثلث‌ها لحظه‌ای که متحرک‌ها از کنار هم عبور می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$\frac{40}{v - t_s} = \frac{40}{t_s - 3} \Rightarrow t_s = 5s$$

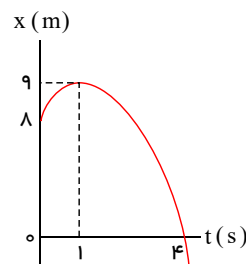
$$\frac{\Delta x_o}{5} = \frac{40}{5 - 3} \Rightarrow \Delta x_o = 100m$$



۱۴۲ گزینه ۱ نمودار مکان-زمان متحرک مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که از مبدأ مختصات می‌گذرد، داریم:

$$x = -t^2 + 2t + 8 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4s & \text{ق ق} \\ t = -2s & \text{غ ق} \end{cases}$$

$$\text{نقطه اوج نمودار: } t = \frac{4 + (-2)}{2} \Rightarrow t = 1s \Rightarrow x = 9m$$

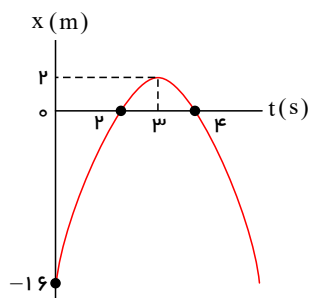


در بازه زمانی ۱s تا ۴s که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است، می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 9}{4 - 1} = -3 \frac{m}{s}$$

۱۴۳ گزینه ۲

در ابتدا نمودار $x - t$ را رسم می‌کنیم:



$$x = -2t^2 + 12t - 16 \Rightarrow x = -2(t^2 - 6t + 8) \Rightarrow x = -2(t - 2)(t - 4) \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

$$\text{نقطه اوج نمودار: } t = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{2 + 4}{2} \Rightarrow t = 3s \Rightarrow x = 2m$$

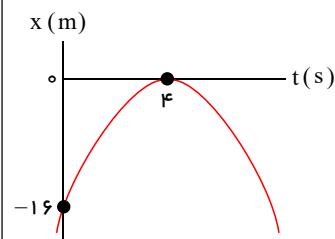
حال بین دو لحظه $t = 2s$ و $t = 4s$ ، داریم:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2+2}{4-2} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

۱۴۴ گزینه ۱ برای تعیین پاسخ، نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم.

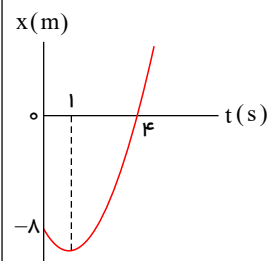
$$x = -t^2 + 8t - 16 \Rightarrow x = -(t^2 - 8t + 16) \Rightarrow x = -(t-4)^2$$



شرط اینکه بردار مکان تغییر جهت دهد، این است که نمودار $x-t$ محور زمان را قطع کند و نیز تغییر علامت دهد که در اینجا این اتفاق اصلاً رخ نداده است.

۱۴۵ گزینه ۲ با مقایسه معادله مکان - زمان با رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ x = t^2 - 2t - 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -2 \frac{m}{s} \\ x_0 = -8m \end{array} \right. \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1s$$



یعنی متحرک در لحظه $t = 1s$ تغییر جهت داده است. علاوه بر این، برای به دست آوردن زمان‌هایی که در آن‌ها متحرک مبدأ مکان قرار داده‌ایم با رسم نمودار مکان - زمان مشاهده می‌کنیم که در بازه‌های زمانی $0.5s$ تا $1s$ و $4s$ تا $6s$ ، متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.

۱۴۶ گزینه ۳ در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، امکان ندارد نوع حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده باشد، چون در حرکت با شتاب ثابت، برای تغییر نوع حرکت، ابتدا باید متحرک بایستد و سپس با تغییر جهت حرکت، نوع حرکت آن عوض شود. بنابراین متحرکی که دارای حرکت تندشونده است، نمی‌تواند بایستد و تغییر جهت دهد.

۱۴۷ گزینه ۴ وقتی دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند، در یک لحظه مشخص، مکان آن‌ها با هم برابر می‌شود، پس:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = -t^2 - 4t \Rightarrow 2t^2 + 2t + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(2)(1) = -4 < 0$$

دلای این معادله درجه دوم کوچکتر از صفر است، بنابراین معادله فوق جواب ندارد. پس دو متحرک هیچگاه از کنار هم عبور نمی‌کنند.

۱۴۸ گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت، با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، می‌توان نوشت:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_1^2}{x_2 - x_1} = \frac{v_3^2 - v_1^2}{x_3 - x_1} \Rightarrow \frac{20^2 - 12^2}{96 - 12} = \frac{12^2 - 12^2}{x_2 - 12} \Rightarrow x_2 = 32m$$

۱۴۹ گزینه ۱ در حرکت با شتاب ثابت دو حالت داریم. یا این‌که حرکت پیوسته تندشونده است در این حالت بردارهای شتاب و سرعت اولیه با یکدیگر هم‌جهت هستند و بنابراین بردار جابه‌جایی (سرعت متوسط) و شتاب همواره هم‌جهت هستند.

در حال دوم ابتدا حرکت کندشونده و سپس تندشونده است. در این حالت بردار شتاب و سرعت اولیه خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین در ابتدا بردار جابه‌جایی (سرعت متوسط) در خلاف جهت بردار شتاب است. پس الزاماً در لحظه t_1 نوع حرکت متحرک کندشونده است.

۱۵۰ گزینه ۲

با استفاده از رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_0=0, v=12 \frac{m}{s}]{\Delta x=16m} 12^2 - 0 = 2 \times a \times 16 \Rightarrow a = \frac{12 \times 12}{2 \times 16} = 4.5 \frac{m}{s^2}$$

۱۵۱ گزینه ۳ چون شتاب حرکت ثابت است، می‌توان سرعت متوسط متحرک را با استفاده از معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت به صورت زیر محاسبه کرد:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_{av} &= \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2} \\ \vec{v}_1 &= +10 \left(\frac{m}{s} \right) \vec{i} \\ \vec{v}_2 &= -12 \left(\frac{km}{h} \right) \vec{i} = -10 \left(\frac{m}{s} \right) \vec{i} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{+10 + (-10) \vec{i}}{2} = -5 \left(\frac{m}{s} \right) \vec{i}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \Rightarrow -5 \left(\frac{m}{s} \right) \vec{i} = \frac{\Delta \vec{x}}{60} \Rightarrow \Delta \vec{x} = -300(m) \vec{i}$$

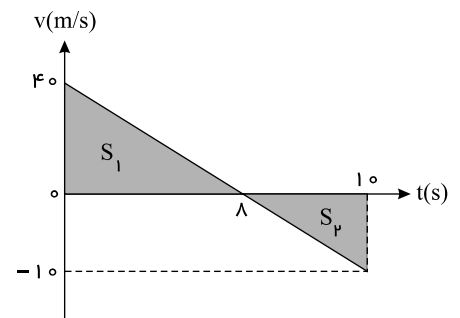
اکنون با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

۱۵۲ گزینه ۱ ابتدا با استفاده از معادله استاندارد مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیه متحرک را به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{x = -2,5t^2 + 40t + 10} \begin{cases} x = -5 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 40 \frac{m}{s} \\ x_0 = 10m \end{cases}$$

اکنون معادله سرعت - زمان را به دست آورده و نمودار آن را رسم می کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = 40 \frac{m}{s}]{a = 5 \frac{m}{s^2}} v = -5t + 40$$



مساحت علامت دار بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه جایی متحرک و جمع قدرمطلق مساحت ها برابر با مسافت طی شده است، داریم:

$$S_1 = \frac{40 \times 8}{2} \Rightarrow S_1 = 160m$$

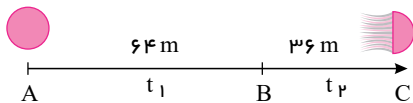
$$S_2 = \frac{10 \times 2}{2} \Rightarrow S_2 = 10m$$

$$\text{جابه جایی: } \Delta x = S_1 - S_2 = 160 - 10 = 150m$$

$$\text{مسافت: } d = S_1 + S_2 = 160 + 10 = 170m$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\Delta x} = \frac{17}{15}$$

۱۵۳ گزینه ۴



$$AB = \frac{1}{2}a \times t_1^2$$

$$AC = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{64}{100} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_1 + t_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow 4t_1 + 4t_2 = 5t_1 \Rightarrow 4t_2 = t_1 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{4}$$

۱۵۴ گزینه ۴ می دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، حرکت در بازه های زمانی برابر در طرفین رأس سهمی (نمودار مکان - زمان) متقارن است. در نتیجه در این حرکت متقارن جابه جایی صفر است و

سرعت متوسط نیز صفر می باشد. در این صورت، اگر در لحظه t_1 و t_2 به فاصله برابر از راس نمودار مکان - زمان باشند، سرعت متوسط صفر خواهد شد. بنابراین لحظه ای که متحرک تغییر جهت می دهد (رأس نمودار) برابر است با:

$$\frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{12,5 + 5,5}{2} = 9s$$

$$\text{معادله مکان - زمان به صورت } x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \text{ است و لحظه تغییر جهت متحرک از رابطه } t = \frac{v_0}{a} \text{ به دست می آید. تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم: } (x = Ax^2 + Bx + C)$$

گزینه ۱:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{-B}{2A} = \frac{-13,5}{3} = -4,5s \times$$

گزینه ۲:

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{-B}{2A} = \frac{9}{2} = 4,5s \times$$

گزینه ۳:

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{-B}{2A} = \frac{8}{2} = -4,5s \times$$

گزینه ۴:

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{-B}{2A} = \frac{9}{1} = 9s \checkmark$$

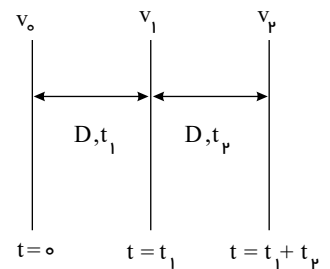
۱۵۵ گزینه ۲ چون در ۲۰ ثانیه اول حرکت این متحرک تندى متوسط بزرگتر از اندازه سرعت متوسط است، پس می توان نتیجه گرفت که حتماً متحرک در ۲۰ ثانیه اول حرکتش، تغییر جهت داده است. بنابراین بعد از لحظه $t = 20s$ حرکت متحرک باید الزاماً تندشونده باشد ولی برای زمان های قبل از آن به طور قطعی نمی توان اظهار نظر کرد.

۱۵۶ ابا توجه به شکل فاصله بین دیوارها D و زمان سپری شده برای رسیدن به دیوار دوم و سوم t_1 و t_2 است. با توجه به اینکه حرکت گلوله بین دیوارها حرکت با شتاب ثابت و گزینه ۲ کندشونده است، می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$D = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \quad \text{بین دیوار اول و دوم}$$

$$2D = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)^2 + v_0(t_1 + t_2) \quad \text{بین دیوار اول و سوم}$$



حال برای آنکه v_0 را بین دو معادله حذف کنیم، داریم

$$\begin{cases} D = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \\ 2D = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)^2 + v_0(t_1 + t_2) \end{cases}$$

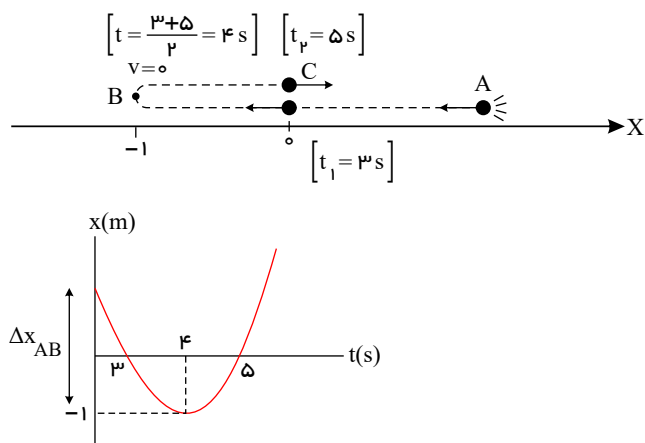
$$\begin{cases} (t_1 + t_2) \times \\ t_1 \times \end{cases} \rightarrow \begin{cases} D = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \\ 2D = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)^2 + v_0(t_1 + t_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} D(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}at_1^2(t_1 + t_2) + v_0 t_1(t_1 + t_2) \\ 2Dt_1 = \frac{1}{2}at_1(t_1 + t_2)^2 + v_0 t_1(t_1 + t_2) \end{cases}$$

$$\rightarrow 2Dt_1 - D(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}at_1[(t_1 + t_2)^2 - t_1(t_1 + t_2)]$$

$$\rightarrow D(t_1 - t_2) = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)t_1 t_2 \rightarrow a = \frac{2D(t_1 - t_2)}{(t_1 + t_2)(t_1 t_2)}$$

۱۵۷ گزینه ۳ هرگاه در یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت a و v_0 مختلف العلامت باشند، حرکت به صورت رفت و برگشت است. اگر در چنین شرایطی متحرک در لحظات t_1 و t_2 از یک مکان عبور نموده باشد، در $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ تغییر جهت داده و $v = 0$ شده است. چون در $x = -1(m)$ تغییر جهت داده (در $x < 0$) و در دو لحظه $t_1 = 3s$ و $t_2 = 5s$ نیز از مبدأ مکان عبور نموده راهی وجود ندارد جز اینکه:



روش وارونه دیدن!

$$A \not\rightarrow B \rightarrow (B \rightarrow A) : \Delta x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 = \Delta x_{AB} = 16m$$

$$B \rightarrow C \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}a(1)^2 = 0.5a = 1 \rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow x_0 = 15m \Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{16+1}{5} = \frac{17}{5} \frac{m}{s}$$

۱۵۸ گزینه ۲ می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 معادل سرعت در لحظه $t' = \frac{t_1 + t_2}{2}$ است. مثلاً سرعت متوسط بین دو لحظه $t = 1s$ و $t = 3s$ ثانیه برابر سرعت در لحظه $t = 2s$ است. یعنی داریم:

$$1 \leq t \leq 3 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2m/s \Rightarrow v_2 = 2m/s$$

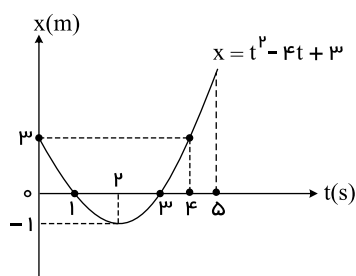
$$3 \leq t \leq 5 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16}{2} = 8m/s \Rightarrow v_4 = 8m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow v = 2m/s \Rightarrow 2 = 2a + v_0 \\ t = 4 \Rightarrow v = 8m/s \Rightarrow 8 = 4a + v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3m/s^2, v_0 = -4m/s$$

$$|v_0| = 4m/s$$

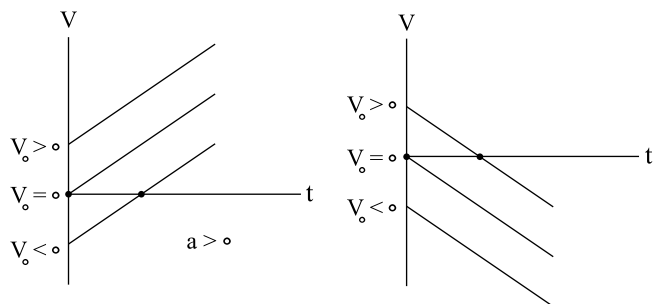
۱۵۹ گزینه ۲ اگر نمودار مکان - زمان این متحرک را رسم کنیم، یک سهمی به صورت زیر خواهیم داشت:



باتوجه به نمودار می‌بینیم که متحرک فقط در لحظه $t = 2s$ متوقف شده ($v = 0$) و تغییر جهت می‌دهد. از طرفی همواره شتاب حرکتش (در اینجا هم علامت با ضریب t^2 مثبت است. ولی دو بار در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ ، از مبدأ مکان ($x = 0$) می‌گذرد.

۱۶۰ گزینه ۳

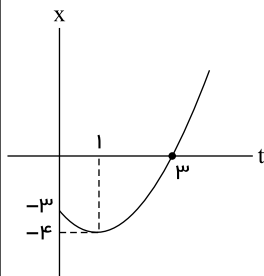
به طور کلی، در حرکت با شتاب ثابت، روی خط راست نمودار $v - t$ خطی است با شیب ثابت، یعنی:



از طرفی می‌دانیم که در نمودار سرعت - زمان، اگر نمودار به محور زمان نزدیک شود، حرکت کندشونده و اگر از محور زمان دور شود، حرکت تندشونده است، حال با توجه به نمودارهای داده شده به راحتی می‌توان دریافت که در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، هیچ‌گاه حرکت نمی‌تواند «در ابتدا تندشونده، سپس کندشونده» باشد.

۱۶۱ گزینه ۱ ابتدا نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$x = t^2 - 2t - 3 = 0 \rightarrow (t - 3)(t + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ s} \\ t = 3 \text{ s} \end{cases}$$



به کمک نمودار رسم شده می‌بینیم که در بازه $t_1 = 0$ تا $t_2 = 3$ s، متحرک در قسمت منفی محور x ها در حال حرکت است؛ لذا داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|-4 - (-3)| + |0 - (-4)|}{3 - 0} \rightarrow s_{av} = \frac{1 + 4}{3} = \frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

۱۶۲ گزینه ۱ با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

$$36 - 25 = 2 \times 1.1 \times \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{11}{2 \times 1.1} = 5m$$

$$x_f - x_i = 5 \Rightarrow x_f - 20 = 5 \Rightarrow x_f = 25m$$

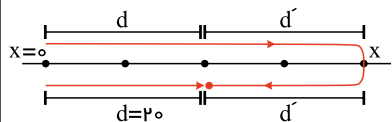
۱۶۳ گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت، اگر شتاب حرکت را نداشته باشیم، از رابطه مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v_f + v_i}{2} \Delta t \xrightarrow[v_f = 2 \frac{m}{s}, v_i = 3.6 \times \frac{1}{3.6} \frac{m}{s}]{\Delta x = x_f - x_i = 13 - 10 = 3m} 3 = \frac{2 + 1}{2} \times \Delta t \rightarrow \Delta t = 2s$$

۱۶۴ گزینه ۳

نکته: در حرکت در امتداد یک خط راست، اگر جابه‌جایی و مسافت پیموده شده هم‌اندازه نباشند، الزاماً متحرک توقف داشته و تغییر جهت داده است.

در اینجا متحرک در امتداد محور x (بر روی یک خط راست) حرکت می‌کند و در 10 ثانیه اول، جابه‌جایی و مسافت پیموده شده‌اش هم‌اندازه نیستند؛ بنابراین الزاماً متحرک در این بازه متوقف شده و تغییر جهت داده است: پس در ابتدا حرکتش کندشونده و سپس تندشونده است و می‌توان مسیر حرکت این متحرک را به صورت مقابل رسم کرد:



$$\ell = d + 2d' \xrightarrow[d=20m]{\ell=52m} 52 = 20 + 2d' \rightarrow d' = 16m$$

پس متحرک در مکان $x = d + d' = 20 + 16 = 36m$ متوقف می‌شود. حال زمان حرکتش در مرحله کندشونده را می‌یابیم (حرکت را از مکان $x = 36m$ تا نقطه شروع حرکت، به صورت وارونه در نظر می‌گیریم تا سرعت اولیه صفر باشد):

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow[v=0]{a=-2 \frac{m}{s^2}} -36 = \frac{1}{2} (-2) t^2 \rightarrow t = 6s$$

در نهایت داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell'}{\Delta t} \xrightarrow{\ell' = 36m, \Delta t = 6s} s_{av} = \frac{36}{6} = 6 \frac{m}{s}$$

۱۶۵ گزینه ۳ مکان اولیه یعنی مکان متحرک در لحظه $t = 0$ (شروع حرکت). بنابراین داریم:

$$x = -t^2 + 6t - 5 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow x_0 = -5$$

جایگذاری در معادله $x = -5$: یعنی $\Rightarrow$ بازگشت به مکان اولیه

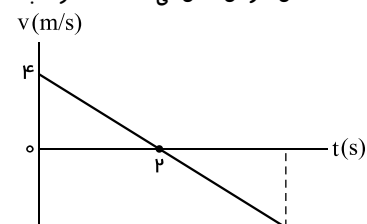
$$-5 = -t^2 + 6t - 5 \Rightarrow -t^2 + 6t = 0 \Rightarrow t^2 - 6t = 0 \Rightarrow t(t - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \end{cases}$$

یعنی بعد از ۶ ثانیه به مکان اولیه خود ($x = -5$) بازمی‌گردد.

۱۶۶ گزینه ۲

معادله مکان - زمان نشان می‌دهد که متحرک با شتاب ثابت حرکت می‌کند. بنابراین در ابتدا معادله سرعت - زمان را نوشته، سپس نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم.

$$x = -t^2 + 4t + 10 \xrightarrow{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_1} \begin{cases} a = -2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 4 \frac{m}{s} \end{cases} \xrightarrow{v = at + v_0} v = -2t + 4$$



با توجه به شکل، در دو ثانیه اول، حرکت کندشونده است.

جابه‌جایی در ۲ ثانیه اول:

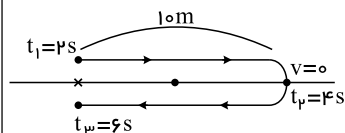
$$x = -t^2 + 4t + 10 \Rightarrow t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 10m$$

$$t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 14m \Rightarrow \Delta x = 4m$$

(روش دوم: سطح محصور بین نمودار $v - t$ و محور زمان در دو ثانیه اول ۴ متر است)

۱۶۷ گزینه ۱ چون متحرک در حرکت با شتاب ثابت در امتداد خط راست، در لحظه‌های t_1 و t_2 در یک مکان قرار دارد، الزاماً در لحظه t_p ، $t_p = \frac{t_2 + t_1}{2}$ متوقف شده و برگشته است. پس

نمودار مسیر حرکت آن به صورت زیر است.

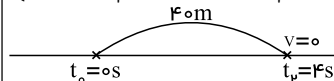


بین دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ داریم:

$$\begin{cases} v = 0 \\ \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 10 = -\frac{1}{2}(a)(2)^2 \Rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

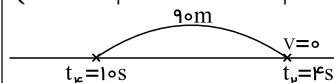
حال در ۴ ثانیه اول داریم:

$$\begin{cases} v = 0 \\ \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x = -\frac{1}{2}(-5)(4)^2 \Rightarrow \Delta x = 40m \end{cases}$$

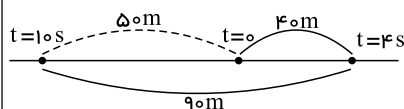


و بین دو لحظه $t_p = 4s$ و $t_f = 10s$ داریم:

$$\begin{cases} v = 0 \\ \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x' = -\frac{1}{2}(-5)(6)^2 \Rightarrow \Delta x' = 90m \end{cases}$$



و در آخر داریم:



فیزیک دوازدهم فصل یک

$$|\Delta x_{\text{ج}}| = |\Delta x' - \Delta x| = 90 - 40 = 50m$$

$$|v_{av}| = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| = \frac{50}{10} \Rightarrow |v_{av}| = 5 \frac{m}{s}$$

۱۶۸ گزینه ۳ ابتدا با داشتن معادله مکان - زمان، معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم؛ سپس به کمک آن، لحظه تغییر جهت متحرک و مکان متحرک در این لحظه را می‌یابیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = 2t^2 - 12t + 8 \longrightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}, v_0 = -12 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0$$

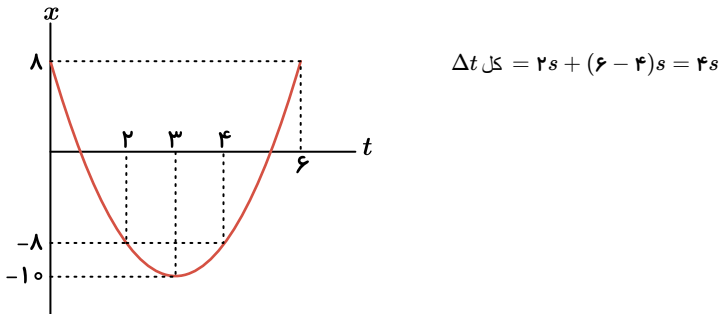
$$\longrightarrow v_0 = 4t - 12 \xrightarrow{v=0} t = 3s \rightarrow x = 2 \times 9 - 12 \times 3 + 8 = -10m$$

حال لحظات عبور متحرک از مکان‌های $x = 8m$ و $x = -8m$ (فاصله ۸ متری از مبدأ) را محاسبه می‌کنیم:

$$x = -8m \rightarrow 2t^2 - 12t + 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = 4s \end{cases}$$

$$x = 8m \xrightarrow{\text{تقارن سهمی}} \begin{cases} t = 0s \\ t = 6s \end{cases}$$

حالا با رسم نمودار $x - t$ ، بازه زمانی مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:



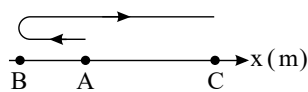
۱۶۹ گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت، نوع حرکت یا پیوسته تندشونده است یا ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به تندی این متحرک در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 6s$ ، درمی‌یابیم این حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. اگر فرض کنید متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x در حال حرکت باشد، سرعت در لحظه $t = 1s$ ، $v = 6 \frac{m}{s}$ و در لحظه $t = 6s$ ، $v = -2 \frac{m}{s}$ است. با توجه به رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_{(t=1s)} + v_{(t=6s)}}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 2 \times (6 - 1) = 2 \times 5 = 10m$$

اگر فرض کنید متحرک در ابتدا در جهت منفی محور x در حال حرکت است، سرعت در لحظه $t = 1s$ ، برابر $-6 \frac{m}{s}$ و در لحظه $t = 6s$ ، برابر $2 \frac{m}{s}$ است. با این فرض سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 1s$ تا $t = 6s$ ، $v = -3 \frac{m}{s}$ می‌شود و جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی $10m$ می‌شود که در این صورت نیز اندازه جابه‌جایی متحرک $10m$ است.

۱۷۰ گزینه ۲



چون علامت سرعت متحرک عوض شده است، بنابراین حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است و در نتیجه متحرک تغییر جهت داده است. در نتیجه مسافت طی شده توسط آن از جابه‌جایی متحرک بیشتر است.

$$v_A = -36 \frac{km}{h} = -10 \frac{m}{s}$$

$$v_B = 0$$

$$v_C = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

شتاب حرکت متحرک برابر است با:

$$v_C = at + v_A \Rightarrow 20 = a \times 6 + (-10) \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

حال مسافت‌های AB و BC را محاسبه می‌کنیم:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a\Delta x_{AB} \Rightarrow 0 = (-10)^2 + 2 \times 5 \times \Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta x_{AB} = -100m \Rightarrow |\Delta x_{AB}| = 100m$$

$$v_C^2 = v_B^2 + 2a\Delta x_{BC} \Rightarrow 20^2 = 0 + 2 \times 5 \times \Delta x_{BC} \Rightarrow \Delta x_{BC} = 400m$$

بنابراین:

$$\ell = |\Delta x_{AB}| + \Delta x_{BC} = 100 + 400 = 500m$$

$$F_E = Eq \xrightarrow[E=1 \times 10^{-3} C]{E=1 \times \frac{N}{C}} F_E = 2 \times 10^{-3} N$$

$$F_E = ma \Rightarrow a = \frac{F_E}{m} = \frac{2 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = \frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$$

مطابق معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \xrightarrow[a=\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}, \Delta x=2 \times 10^{-3} m]{v_0=0} v^2 = 2 \times \frac{2}{5} \times 2 = 1.6 \Rightarrow v = \frac{4}{5} \frac{m}{s}$$

$$F_B = |q| v B \sin \theta \xrightarrow[v=\frac{4}{5} \frac{m}{s}, B=0.4 T, \theta=90^\circ]{q=2mC=2 \times 10^{-3} C} F_B = 2 \times 10^{-3} \times 4 \times 0.4 \times 1 = 3.2 \times 10^{-3} N$$

گزینه ۳ هرگاه در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی یا سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی معین صفر گردد، قطعاً این حرکت در ابتدا کندشونده و در ادامه تند شونده بوده و دقیقاً در لحظهٔ وسط بازهٔ موردنظر، تندی جسم صفر و جهت حرکت آن عوض شده است. بنابراین:

$$\Delta x_{[4,6]} = 0 \Rightarrow t_{توقف} = \frac{4+6}{2} = 5s$$

پس حرکت متحرک در بازهٔ ۴s تا ۶s ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است (نادرستی گزینهٔ ۱)، هم‌چنین به دلیل ثابت بودن شتاب، جهت بردار شتاب همواره ثابت است (نادرستی گزینهٔ ۲)، از طرفی در لحظهٔ $t = 5s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود ولی جهت بردار مکان آن تغییر نخواهد کرد (طبق تعریف، بردار مکان، برداری است که در هر لحظه مبدأ مکان را به محل جسم متصل می‌کند). (نادرستی گزینهٔ ۴) اما به دلیل وجود تقارن در این حرکت، اندازهٔ جابه‌جایی در بازه‌های زمانی ۴s تا ۵s و ۵s تا ۶s با یکدیگر برابر است. پس اگر در یکی از این بازه‌ها جسم به اندازهٔ d جابه‌جا شده باشد، می‌توان نوشت:

$$|v_{av[4,5]}| = \frac{d}{1}$$

$$\ell_{[4,6]} = |\Delta x_{[4,5]}| + |\Delta x_{[5,6]}| = 2d \Rightarrow s_{av[4,6]} = \frac{2d}{2} = d \Rightarrow |v_{av[4,5]}| = s_{av[4,6]}$$

طبق رابطهٔ $v = at + v_0$ ، نتیجه می‌گیریم که در این سؤال، متحرک دارای شتاب ثابت A است.

$$\text{۲: ثانیة سوم حرکت} \quad \begin{cases} t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = 4A + B \\ t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 6A + B \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{4A + B + 6A + B}{2} = -2.0 \Rightarrow 5A + B = -2.0 \quad (1)$$

$$\text{۲: ثانیة چهارم حرکت} \quad \begin{cases} t'_1 = 6s \Rightarrow v'_1 = 6A + B \\ t'_2 = 8s \Rightarrow v'_2 = 8A + B \end{cases}$$

$$\Rightarrow v'_{av} = \frac{v'_1 + v'_2}{2} = \frac{6A + B + 8A + B}{2} = -1 \Rightarrow 7A + B = -1 \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲)، $A = 6 \frac{m}{s^2}$ به‌دست می‌آید.

روش دوم:

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو زمان t_1 و t_2 برابر است با سرعت متحرک در زمان $\frac{t_1 + t_2}{2}$.

$$\text{در ۲ ثانیة سوم حرکت} \quad \begin{cases} t_1 = 4s \Rightarrow \frac{4+6}{2} = 5s \Rightarrow v_{av} = 5A + B = -2.0 \\ t_2 = 6s \end{cases}$$

$$\text{در ۲ ثانیة چهارم حرکت} \quad \begin{cases} t'_1 = 6s \Rightarrow \frac{6+8}{2} = 7s \Rightarrow v_{av} = 7A + B = -1 \\ t'_2 = 8s \end{cases}$$

با حل هم‌زمان داریم:

$$\Rightarrow A = 6 \frac{m}{s^2}$$

گزینه ۴ باید معادلهٔ داده‌شده را به‌صورت کلی $v^2 = 2a(x - x_0) + v_0^2$ در بیاوریم، پس x_0 را اضافه و کم می‌کنیم:

$$\frac{v^2}{5} = x + 1.0 \xrightarrow{x_0=5m} \frac{v^2}{5} = (x - 5 + 5) + 1.0 \Rightarrow \frac{v^2}{5} = (x - 5) + 1.5 \Rightarrow \begin{cases} v^2 = 5(x - 5) + 7.5 \\ v^2 = 2a(x - x_0) + v_0^2 \end{cases}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\Rightarrow v_o^2 = 75 \Rightarrow v_o = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

۱۷۵ گزینه ۴ چون نمودار مکان- زمان به صورت یک سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است. از طرفی در لحظه $t = 2s$ ، سرعت متحرک (شیب خط مماس بر نمودار $x - t$) برابر با صفر است، بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_o}{2} \Delta t \Rightarrow 12 - (-2) = \frac{v_o + 0}{2}(2) \Rightarrow v_o = 14 \frac{m}{s}$$

شتاب حرکت برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 14}{2} = -7 \frac{m}{s^2}$$

باتوجه به معادله سرعت- زمان در حرکت با شتاب ثابت برای محاسبه سرعت در لحظه $t = 5s$ داریم:

$$v = at + v_o \Rightarrow v = -7 \times 5 + 14 = -21 \frac{m}{s}$$

۱۷۶ گزینه ۲ با استفاده از معادله جابه جایی - سرعت (مستقل از زمان) داریم:

(اگر کل فاصله $\overline{AC}$ برابر با d باشد، فاصله $\overline{AB}$ برابر با $\frac{1}{4}d$ است.)

$$v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v_B^2 = v_A^2 + 2a\Delta x_{AB} \\ v_C^2 = v_A^2 + 2a\Delta x_{AC} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{v_A=0} \begin{cases} v_B^2 = 2a \times \frac{1}{4}d \\ v_C^2 = 2a \times d \end{cases} \Rightarrow \frac{v_C^2}{v_B^2} = 4 \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = 2$$

۱۷۷ گزینه ۱ با توجه به شکل، $x_o = 12m$ است. از طرف دیگر، چون نمودار مکان - زمان سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت است. با استفاده از معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a \times 36 + 6v_o + 12 \Rightarrow 3a + v_o = -2 \quad (1)$$

از طرفی با توجه به نمودار، چون در لحظه $t = 2s$ ، شیب خط مماس بر نمودار که همان سرعت لحظه‌ای است، برابر صفر است، پس متحرک در لحظه $t = 2s$ تغییر جهت می‌دهد. داریم:

$$v = at + v_o \Rightarrow 0 = 2a + v_o \quad (2)$$

از حل دستگاه معادلات (۱) و (۲)، v_o و a را به دست می‌آوریم:

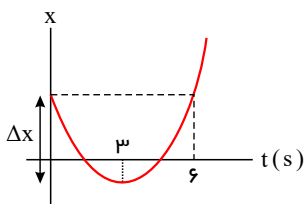
$$a = -2 \frac{m}{s^2} \text{ و } v_o = 4 \frac{m}{s}$$

با جایگذاری مقادیر محاسبه شده در معادله سرعت - زمان، سرعت در لحظه به دست می‌آید.

$$v = at + v_o \Rightarrow v = -2t + 4 \xrightarrow{t=8s} v = -2 \times 8 + 4 = -12 \frac{m}{s}$$

۱۷۸ گزینه ۲

با توجه به تقارن سهمی نسبت به خط عمودی از رأس سهمی، می‌توان نتیجه گرفت:



$$v_{(t=6s)} = -v_o$$

$$s_{av}(t=6s \text{ تا } t=0) = \frac{|\Delta x| + |\Delta x|}{6} = \frac{|\Delta x|}{3}$$

$$s_{av}(t=6s \text{ تا } t=3s) = \frac{|\Delta x|}{3}$$

در گزینه ۱، سرعت متوسط در ۳ ثانیه اول حرکت $v_{av} = \frac{\Delta x}{3}$ و سرعت متوسط در ۶ ثانیه اول، صفر است. با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه، سرعت را بیان می‌کند،

سرعت در لحظه $t = 6s$ مثبت و در لحظه صفر منفی است ولی اندازه آن‌ها با هم برابر است. بنابراین گزینه ۳، صحیح نیست. ضمناً چون متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است، پس حداقل فاصله از مبدأ صفر بوده و گزینه ۴، نیز صحیح نیست.

۱۷۹ گزینه ۳ هنگامی که نمودار مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، نزولی باشد حرکت در خلاف جهت محور است و هرگاه صعودی باشد، حرکت در جهت محور انجام می‌شود.

گزینه ۱، نادرست است. زیرا هنگامی که این متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، دارای حرکت کندشونده است.

گزینهٔ ۲: نادرست است. زیرا هنگامی که این متحرک در جهت محور X حرکت می کند، دارای حرکت تندشونده است.

گزینهٔ ۳: صحیح است. چون سهمی نسبت به رأس خود متقارن است و در دو لحظهٔ t_1 و t_2 از مبدأ می گذرد. بنابراین در لحظهٔ $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ به بیشترین فاصله از مبدأ حرکت می رسد و تغییر

جهت می دهد.

گزینهٔ ۴: نادرست است.

نکتهٔ مهم: در بررسی نمودار مکان - زمان یک متحرک که به صورت سهمی است، هرگاه به قله یا درهٔ نمودار نزدیک شویم، حرکت متحرک کندشونده و هرگاه از قله یا درهٔ نمودار دور شویم، حرکت متحرک تندشونده خواهد بود. گزینه های (۱) و (۲) به کمک این نکته نادرست هستند.

۱۸۰ گزینه ۲ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. $(v_0 = 7 \frac{m}{s})$ از طرفی با توجه به تقارن سهمی، سرعت اولیهٔ متحرک برابر با $v_0 = -7 \frac{m}{s}$ خواهد شد. بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 7 = a \times 5 + (-7) \Rightarrow a = 2,8 \frac{m}{s^2}$$

۱۸۱ گزینه ۳ با توجه به نمودار مکان - زمان متحرک، در لحظهٔ $t = 2s$ تندی متحرک برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظات $t = 0s$ و $t = 8s$ برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \begin{cases} v_{t=2s} = 0 \rightarrow \Delta t = 2s \\ v_{t=2s} = 0 \rightarrow \Delta t' = 8 - 2 = 6s \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{v_{t=2s} - v_0}{2} \Rightarrow v_0 = -2a \\ a = \frac{v_{t=8s} - v_{t=2s}}{6} \Rightarrow v_{t=8s} = 6a \end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$\frac{v_0 + v_{t=8s}}{2} = \frac{\Delta x_{0-8s}}{\Delta t} \xrightarrow[v_0 = -2a, v_{t=8s} = 6a]{\Delta t = 8s, \Delta x_{0-8s} = 0 - 12 = -12m} \frac{-2a + 6a}{2} = -\frac{12}{8} \Rightarrow 4a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

اکنون جابه جایی متحرک را در بازه های زمانی ۰ تا $2s$ و $2s$ تا $6s$ به دست می آوریم:

$$\frac{\Delta x_{0-2s}}{2} = \frac{v_0 + v_{t=2s}}{2} \xrightarrow[a = -\frac{3}{4} \frac{m}{s^2}]{v_0 = -2a, v_{t=2s} = 0} \Delta x_{0-2s} = \frac{3}{2} m$$

$$v_{t=6s} = at + v_0$$

$$v_{t=6s} = 6a - 2a = 4a$$

$$\frac{\Delta x_{2s-6s}}{2} = \frac{v_{t=2s} + v_{t=6}}{2} \xrightarrow[v_{t=6s} = +4a]{v_{t=2s} = 0} \frac{\Delta x_{2s-6s}}{2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow \Delta x_{4s-6s} = -6m$$

$$l_{0-6s} = |\Delta x_{0-2s}| + |\Delta x_{2s-6s}| = 1,5 + 6 = 7,5m$$

۱۸۲ گزینه ۳ با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متحرک A را محاسبه می کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \xrightarrow[v_0_A = v_0_B = 0, a_B = 3 \frac{m}{s^2}]{\frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times t_B^2} \xrightarrow[t_B = 3s]{t_A = 6s} \frac{1}{2} a_A \times 36 = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 \Rightarrow a_A = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

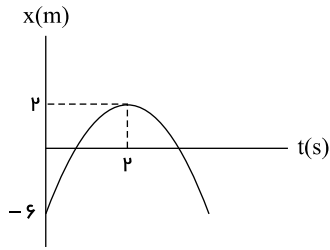
متحرک B سه ثانیه دیرتر از متحرک A شروع به حرکت کرده است، پس اگر زمان متحرک B برابر t_B باشد، زمان متحرک A برابر $t_A = t_B + 3$ خواهد بود. حال زمانی که فاصلهٔ دو متحرک به $13,5m$ می رسد را به دست می آوریم:

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 13,5 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times t_B^2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times (t_B + 3)^2 = 13,5 \Rightarrow 1,5 t_B^2 - \frac{3}{8} (t_B^2 + 6t_B + 9) = 13,5 \Rightarrow \begin{cases} t_B = -3 \\ t_B = 5 \end{cases}$$

۱۸۳ گزینه ۱ روش اول: با توجه به نمودار، در لحظهٔ $t = 2s$ شیب خط مماس بر نمودار یعنی سرعت، صفر است. تنها گزینه ای که به ازای $t = 2s$ ، مقدار $v = 0$ می شود گزینه ۱ است.

روش دوم:

فیزیک دوازدهم فصل یک



می‌دانیم که در نقطهٔ ماکزیمم سهمی، شیب خط مماس بر نمودار، صفر است؛ بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 2s$ برابر صفر است. همچنین می‌دانیم حرکت در دو طرف نقطهٔ ماکزیمم، متقارن است، پس می‌توانیم بگوییم متحرک بین لحظه‌ای که از مبدأ می‌گذرد تا لحظهٔ $t = 2s$ مسافت $2m$ را طی می‌کند.

$$\Delta x_{(2s تا 0s)} = \frac{v_0 + v_2}{2} \times t$$

$$\xrightarrow{v_2=0} \Delta x=2-(-6)=8m \rightarrow \lambda = \frac{v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = \lambda \frac{m}{s}$$

$$v_2 = at + v_0 \xrightarrow{v_2=0, v_0=\lambda \frac{m}{s}, t=2s} 0 = 2a + \lambda \Rightarrow a = -\frac{\lambda}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$v = -\frac{\lambda}{2}t + \lambda$$

حال در بازهٔ صفر تا $2s$ از معادلهٔ سرعت - زمان استفاده کرده و شتاب را به‌دست می‌آوریم:

در نتیجه معادلهٔ سرعت - زمان متحرک به این صورت خواهد بود.

۱۸۴ گزینه ۳ برای یافتن مسافت طی‌شده و تندی متوسط نمودار $(v - t)$ را رسم می‌کنیم و از مساحت زیر نمودار استفاده می‌کنیم.

$$(t = 3s تا t = 0s \text{ ج}) \rightarrow \Delta x = \frac{(v + v_0)}{2} \Delta t \rightarrow 46 - 37 = \frac{0 + v_0}{2} (3 - 0) \rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 6}{3 - 0} = -2 \frac{m}{s^2}$$

نمودار $(v - t)$ را رسم می‌کنیم:

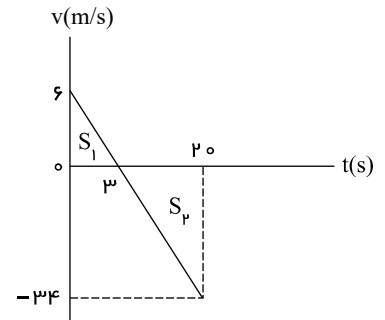
$$v = at + v_0$$

$$t = 0 \rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

$$t = 2.0 \rightarrow v = 6 - 2 \times 2.0 = -2 \frac{m}{s}$$

$$(t = 2.0s تا t = 0s) \rightarrow \ell = s_1 + s_2$$

$$\ell = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 9 + 2 = 11m$$



۱۸۵ گزینه ۱ روش اول: اگر از لحظهٔ $t = 4s$ تا $t = 0$ برگردیم داریم:

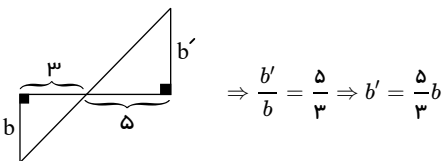
$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0, t=4s, \Delta x=20m} 20 = \frac{1}{2} (a) (4)^2 \rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم: به دلیل سهمی بودن نمودار حرکت بر روی محور x با شتاب ثابت است، در بازهٔ زمانی 0 تا $4s$:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \rightarrow 0 - 20 = \frac{0 + v_0}{2} (-4) \rightarrow v_0 = -10 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = a \times 4 + (-10) \rightarrow a = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

۱۸۶ گزینه ۳ ساده‌ترین راه، رسم نمودار $(v - t)$ و استفاده از مساحت زیر نمودار آن‌هاست:



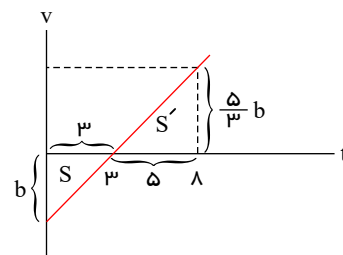
$$|S| = \frac{1}{2}(\frac{3}{2})(b) = \frac{3b}{2}$$

$$S' = \frac{1}{2}(\frac{5}{3}b)(\Delta) = \frac{5\Delta b}{6}$$

$$\Delta x = S' - |S| = \frac{\Delta b}{3}$$

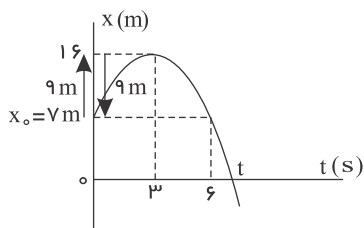
$$L = S' + |S| = \frac{3\Delta b}{2}$$

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{\frac{\Delta b}{3}}{\frac{3\Delta b}{2}} = \frac{2}{9}$$



۱۸۷ گزینه ۳

چون حرکت با شتاب ثابت است، نمودار $x - t$ به صورت قسمتی از یک سهمی است و با توجه به وجود تقارن نسبت به راس سهمی داریم:



$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{\ell}{6} \rightarrow \ell = 3m$$

یعنی در ۳ ثانیه اول ۹ متر در جهت محور رفته و در ۳ ثانیه بعد ۹ متر را برگشته است.

حال در ۳ ثانیه اول، از راس سهمی که $v = 0$ است، برمی گردیم: (در این ۳ ثانیه ۹ متر برمی گردیم).

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \rightarrow -9 = \frac{1}{2} \times a \times (3)^2 \rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

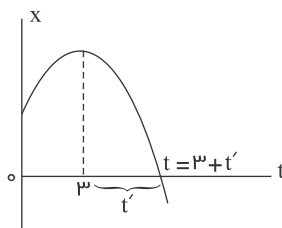
و برای تعیین زمان حرکت از $x = 16$ تا $x = 0$ (از لحظه مربوط به راس سهمی تا لحظه $x = 0$) داریم: (در راس سهمی $v = 0$ است)

$$\Delta x = \frac{1}{2}at'^2 \rightarrow -16 = \frac{1}{2}(-2)t'^2 \rightarrow t' = 4s$$

پس در نهایت:

$$t = 3 + t' = 3 + 4 \rightarrow t = 7s$$

یعنی در مدت ۷ ثانیه اول $x > 0$ یعنی بردار مکان در جهت محور x است.



۱۸۸ گزینه ۱ ابتدا با توجه به داده‌های نمودار سرعت اولیه را به دست می آوریم. توجه کنید که تقعر نمودار مکان-زمان رو به پایین است، پس شتاب منفی است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2}(-4)t^2 + v_0 t + 16$$

$$0 = -2 \times 4^2 + v_0 \times 4 + 16$$

$$v_0 = 4m/s$$

$$x = -2t^2 + 4t + 16$$

$$t = \frac{-B}{2A} = \frac{-4}{2(-2)} = 1$$

$$x = -2 \times (1)^2 + 4 \times 1 + 16$$

$$x = 18m$$

۱۸۹ گزینه ۱ نکته: نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند، به صورت یک سهمی است؛ به گونه ای که اگر تقعر منحنی رو به بالا باشد، شتاب مثبت است ($a > 0$) و اگر تقعر رو به پایین باشد، شتاب منفی است ($a < 0$).

اگر فرض کنیم که شتاب حرکت مثبت باشد (گزینه‌های ۳ و ۴) آنگاه داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \rightarrow 10 = \left(\frac{1}{2}\right)(1)(2)^2 + 2v_0 \rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

پس گزینه ۴ حذف می‌شود. چون در این نمودار در $t = 0$ ، شیب خط مماس بر نمودار صفر است؛ یعنی $v_0 = 0$ است. از طرفی داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{|v| = \frac{m}{s}} \pm 4 = (1)(t) + 4 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -8 \end{cases}$$

هر دو جواب به دست آمده غیر قابل قبول است؛ پس گزینه ۳ هم حذف می‌شود.

حال اگر $a = -1 \frac{m}{s^2}$ باشد، داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \rightarrow 10 = \left(\frac{1}{2}\right)(-1)(2)^2 + 2v_0' \rightarrow v_0' = 6 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = (-1)(2) + 6 \rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

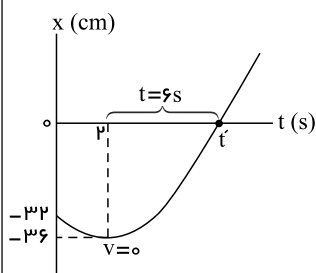
یعنی در $t = 2s$ ، سرعت متحرک مثبت است که بین دو گزینه ۱ و ۲، فقط گزینه ۱ صحیح است.

۱۹۰ گزینه ۳ نکته: در نمودار مکان - زمان، در لحظه‌ای که نمودار محور زمان (t) را قطع کند، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

یکی از روش‌های ساده برای حل سؤال‌های مربوط به حرکت با شتاب ثابت، وقتی نمودار مکان - زمان داده شده، بررسی حرکت از لحظه‌ای است که شیب خط مماس بر نمودار صفر است (قله یا دره نمودار). یعنی در اینجا از لحظه $t = 2s$ تا لحظه $t = 0$ ، حرکت را به صورت وارونه بررسی می‌کنیم. در $t = 2s$ شیب خط مماس بر نمودار صفر است، یعنی $v = 0$ و در این دو ثانیه، متحرک در جهت محور جابه‌جا شده است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_{t=2s}t \rightarrow 4 = \frac{1}{2}(a)(2)^2 + 0 \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

از $t = 2s$ تا لحظه t' که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد، متحرک ۳۶ متر در جهت محور جابه‌جا می‌شود. یعنی:



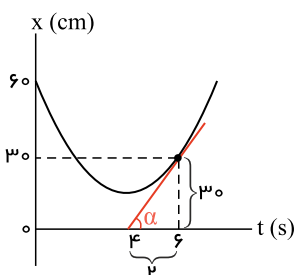
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_{t=2s}t \rightarrow 36 = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(t^2) \rightarrow t = 6s$$

$$t' = 2 + 6 = 8s$$

در نهایت داریم:

۱۹۱ گزینه ۱ نکته: شیب خط مماس بر منحنی مکان - زمان در هر لحظه، با سرعت متحرک در آن لحظه برابر است.

در ابتدا با توجه به شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6s$ ، سرعت متحرک را می‌یابیم.



$$v_{t=6s} = \text{شیب خط مماس بر نمودار} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{30}{2} = 15 \frac{m}{s}$$

حال بین دو لحظه $t = 0s$ و $t = 6s$ از معادله مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_{t=6}}{2} \times \Delta t \rightarrow 30 - 60 = \frac{v_0 + 15}{2} \times (6 - 0) \Rightarrow v_0 = -25 \frac{m}{s}$$

چون شتاب ثابت است، شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط برابر است؛ بنابراین داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{15 - (-25)}{6 - 0} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \frac{m}{s^2}$$

۱۹۲ گزینه ۴ با توجه به اینکه شتاب متحرک ثابت است، نمودار مکان - زمان آن به صورت قسمتی از یک سهمی است و شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه برابرند، پس شیب

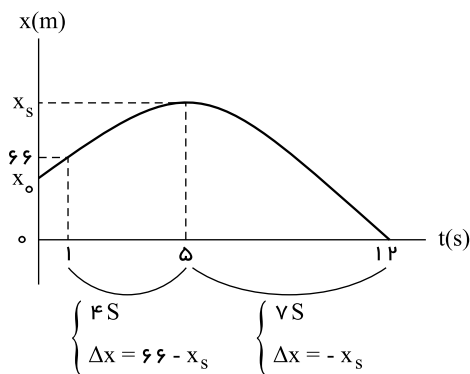
خط مماس بر نمودار در لحظه‌های $t = 2.4s$ و $t = 7.4s$ هم‌اندازه است. اگر اندازه شیب خط مماس در این لحظات را v (تندی لحظه‌ای) بنامیم، داریم:

(با توجه به نمودار، بدیهی است که شتاب متحرک، منفی است.)

$$a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \rightarrow -2 = \frac{-v - v}{2.4 - 7.4} \rightarrow -2 = \frac{-2v}{t=7.4s} \rightarrow v = -2 \frac{m}{s}$$

۱۹۳ گزینه ۳

اگر مکان متحرک در رأس سهمی را x_s بنامیم و معادله جابه‌جایی متحرک را از رأس سهمی که در آن $v = 0$ است بنویسیم، داریم:



$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 66 - x_s = \frac{1}{2}a(4)^2 \\ -x_s = \frac{1}{2}a(4)^2 \end{cases} \rightarrow \frac{66 - x_s}{-x_s} = \frac{16}{16} \rightarrow x_s = 98m$$

و در ادامه برای تعیین شتاب داریم:

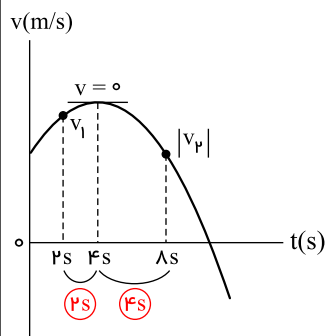
$$-x_s = \frac{1}{2}a(4)^2 \rightarrow -98 = \frac{1}{2}a(16) \rightarrow a = -\frac{12.25}{s^2}$$

و در ۵ ثانیه اول:

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow x_0 - x_s = \frac{1}{2}(-12.25)(5)^2 \xrightarrow{x_s=98} x_0 = 48m$$

۱۹۴ گزینه ۱

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است. بنابراین معادله سرعت جسم را تا رأس سهمی می‌نویسیم (یعنی جایی که سرعت صفر است). بنابراین داریم:



$$v = at + v_0$$

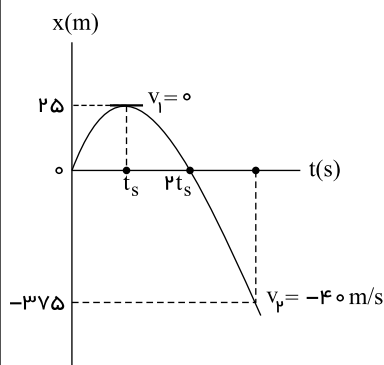
$$0 = a \times 2 + v_1 \rightarrow |v_1| = 2a$$

$$0 = a \times 4 + v_2 \rightarrow |v_2| = 4a$$

$$\Rightarrow \left| \frac{v_2}{v_1} \right| = \frac{4a}{2a} = 2$$

۱۹۵ گزینه ۳

با توجه به اینکه جابه‌جایی متحرک از لحظه توقف ($v_1 = 0$) تا مکان $x = -375m$ معلوم است. $(\Delta x = -375 - 25 = -400m)$ و نیز معلوم بودن سرعت متحرک در مکان $x = -375m$ ، با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت متحرک را می‌یابیم.



$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow (-40)^2 - 0 = 2(a)(-400) \rightarrow a = -\frac{2}{s^2}$$

و در مدتی که $x > 0$ است، بردار مکان متحرک در جهت محور x است (که در اینجا معادل $2t_s$ است). بنابراین برای پیدا کردن t_s از رأس سهمی تا مبدأ مکان در امتداد محور x برمی‌گردیم، یعنی:

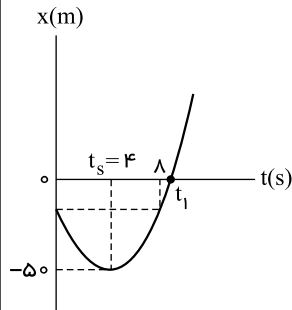
فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \xrightarrow[a=-\frac{2}{s^2}]{\Delta x=-25m} -25 = \frac{1}{2}(-2)(t_s)^2 \rightarrow t_s = 5s$$

و مدتی که بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x است:

$$\Delta t = 2t_s = 10s$$

۱۹۶ گزینه ۱



یکی از روش‌ها برای تعیین سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، استفاده از رابطه $v_{av} = \frac{v_f + v_i}{2}$ است. (البته روش‌های دیگری نیز برای حل سؤال

مثلاً تعریف سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و ... نیز وجود دارد که خودتان می‌توانید آنها را تمرین کنید)

به همین دلیل، بار اول با نوشتن رابطه سرعت - جابجایی بین دو مکان $x_1 = -50m$ و $x_f = 0$ (لحظه عبور از مبدأ مکان)، شتاب حرکت را می‌یابیم.

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a(\Delta x) \xrightarrow[v_1=0, v_f=20 \frac{m}{s}]{\Delta x=x_f-x_i=0-(-50)=50m} (20)^2 - (0)^2 = (2)(a)(50) \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

حال با توجه به اینکه در ۸ ثانیه اول حرکت، سرعت متوسط متحرک صفر شده، جابجایی‌اش در این مدت صفر بوده، پس در $t_s = 4s$ متوقف شده و تغییر جهت داده است. بنابراین با نوشتن معادله سرعت در ۴ ثانیه اول داریم:

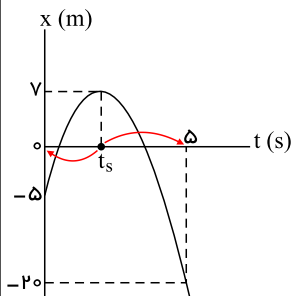
$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=4s]{v=0} 0 = (4)(4) + v_0 \Rightarrow v_0 = -16 \frac{m}{s}$$

و در نهایت برای تعیین سرعت متوسط در t_1 ثانیه اول حرکت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \xrightarrow[v=20 \frac{m}{s}]{v_0=-16 \frac{m}{s}} v_{av} = \frac{-16 + 20}{2} \Rightarrow v_{av} = 2 \frac{m}{s}$$

۱۹۷ گزینه ۲ هنگامی که نمودار مکان - زمان به شکل سهمی است، رأس نمودار، متحرک متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد.

لحظه توقف و تغییر جهت متحرک را t_s می‌نامیم (در اینجا لحظه مربوط به رأس سهمی). حالا معادله جابجایی متحرک را یک بار، از t_s تا $t = 0$ (برعکس با حرکت اصلی) و بار دیگر از t_s تا لحظه $t = 5s$ می‌نویسیم. در هر دو معادله‌ای که می‌نویسیم، چون از رأس سهمی شروع کردیم $v_0 = 0$ است و داریم:



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \begin{cases} -5 - 7 = \frac{1}{2}at_s^2 \\ -20 - 7 = \frac{1}{2}a(5 - t_s)^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{12}{27} = \left(\frac{t_s}{5 - t_s}\right)^2 \rightarrow \frac{4}{9} = \left(\frac{t_s}{5 - t_s}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{t_s}{5 - t_s} \rightarrow t_s = 2s$$

۱۹۸ گزینه ۴ برای فاصله زمانی ۹ تا ۱۷ ثانیه می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow (160 - 32) = \frac{1}{2}a(9)^2 + (4)(9) \Rightarrow 128 = 40.5a + 36 \Rightarrow 32a = 128 - 36 = 92 \Rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

حال با نوشتن معادله سرعت - زمان و معلوم بودن سرعت در لحظه $t = 9s$ داریم:

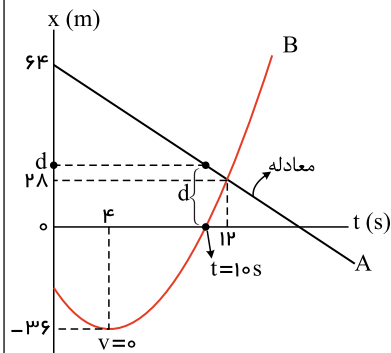
$$v = at + v_0 \Rightarrow 4 = (3)(9) + v_0 \Rightarrow v_0 = -23 \frac{m}{s} \Rightarrow \text{تندی اولیه} = +23 \frac{m}{s}$$

برای فاصله زمانی ۰ تا ۹ ثانیه می‌توانیم بنویسیم:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}(3)(9) + (-23)(9) + x_0 \Rightarrow x_0 = 32 - 121.5 + 207 \Rightarrow x_0 = 117.5(m)$$

۱۹۹ گزینه ۴ برای متحرک A که با سرعت ثابت حرکت می کند، داریم:



$$v_A = \text{شیب خط} = -\frac{36}{12} = -3 \frac{m}{s}$$

پس در لحظه $t = 12s$ داریم:

$$v_B = \frac{16}{3} |v_A| = \frac{16}{3} \times 3 = 16 \frac{m}{s}$$

برای متحرک B که با شتاب ثابت حرکت می کند داریم: (بین $t = 4s$ و $t = 12s$)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 0}{12 - 4} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{اول ثانیه اول } 4: v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = -8 \frac{m}{s}, \quad \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t = \frac{0 - 8}{2} \times 4 = -16$$

$$\Rightarrow \Delta x = x - x_0 \Rightarrow -16 = -36 - x_0 \Rightarrow x_0 = -20$$

$$\text{لحظه تغییر جهت بردار مکان } x = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = 0 \Rightarrow t^2 - 8t - 20 = 0 \Rightarrow t = 10s$$

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow d = -3 \times 10 + 64 \Rightarrow d = 34m$$

۲۰۰ گزینه ۱

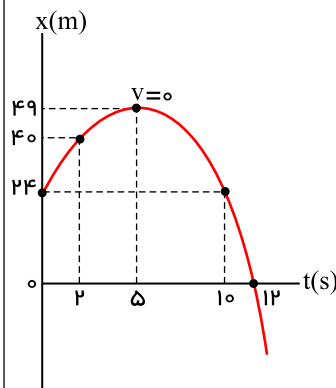
در لحظه تغییر جهت، متحرک متوقف می شود: پس لحظه $t = 5s$ مربوط به رأس سهمی است. حال بین دو لحظه $t = 5s$ و $t = 12s$ داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=5]{v=0} 5a + v_0 = 0 \quad (1)$$

و در ۱۲ ثانیه اول داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[t=12s]{\Delta x = -24m} -24 = 72a + 12v_0 \Rightarrow 6a + v_0 = -2 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 5a + v_0 = 0 \\ 6a + v_0 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 10 \frac{m}{s} \end{cases}$$



بدیهی است که با توجه به تقارن نسبت به رأس سهمی، متحرک در لحظه $t = 10s$ مجدداً در مکان $x = 24m$ است. برای لحظه $t = 2s$ داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2}(-2)(2)^2 + 10 \times 2 + 24 \Rightarrow x_2 = 40m$$

و در $t = 5s$:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 10 \times 5 + 24 \Rightarrow x_5 = 49m$$

پس بین دو لحظه $t = 2s$ و $t = 10s$ متحرک از مکان $x_2 = 40m$ به مکان $x_5 = 49m$ رفته و تا مکان $x_{10} = 24m$ برگشته است. برای تعیین تندی متوسط داریم:

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = (49 - 40) + |24 - 49| = 34m$$

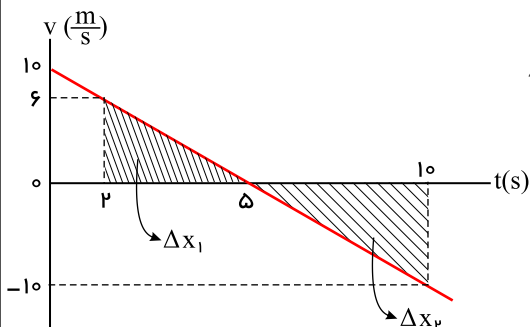
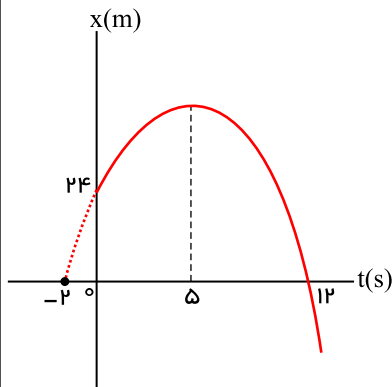
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{34}{8} \Rightarrow s_{av} = \frac{17}{4} \frac{m}{s}$$

روش دوم: با توجه به خاصیت تقارن نسبت به رأس سهمی، بدیهی است که معادله این سهمی (همان معادله مکان - زمان) به صورت زیر است:

$$x = -(t + 2)(t - 12) \Rightarrow x = -t^2 + 10t + 24$$

یعنی:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = -t^2 + 10t + 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ v_0 = 10 \\ x_0 = 24 \end{cases}$$



حال با رسم نمودار سرعت - زمان داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=5s} v = 2(-2) + 10 = 6 \frac{m}{s}$$

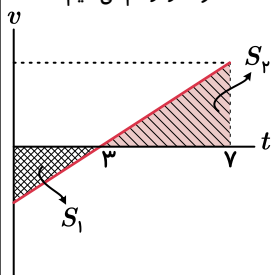
$$\Delta x_1 = \frac{(5-2) \times 6}{2} = 9m$$

$$\Delta x_2 = \frac{-10 \times (10-5)}{2} = -25m$$

$$l = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 9 + 25 = 34$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{34}{8} \Rightarrow s_{av} = \frac{17}{4} \frac{m}{s}$$

۲۰۱ گزینه ۲ با توجه به نمودار $x-t$ ، سرعت اولیه متحرک منفی و شتاب آن مثبت است. همچنین در لحظه $t = 3s$ ، سرعت صفر می‌شود؛ بنابراین نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم:

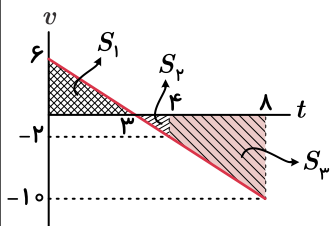


حال به کمک نسبت تشابه دو مثلث S_1 و S_2 و استفاده از سطح زیر نمودار سرعت - زمان، جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده متحرک را حساب می‌کنیم و در نهایت، نسبت تندی متوسط را می‌یابیم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \rightarrow S_2 = \frac{16}{9} S_1$$

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{l}{|\Delta x|} = \frac{S_1 + S_2}{|S_2 - S_1|} = \frac{1 + \frac{16}{9}}{|1 - \frac{16}{9}|} = \frac{25}{7}$$

۲۰۲ گزینه ۴ با توجه به اینکه تقعر نمودار رو به پایین است، شتاب حرکت منفی است. همچنین با توجه به اینکه سرعت متحرک در $t = 3s$ صفر شده است، می‌توانیم سرعت اولیه را مشخص و نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=3, v=0]{a=-2 \frac{m}{s^2}} 0 = 3 \times (-2) + v_0$$

$$v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

حال با کمک سطح زیر نمودار سرعت - زمان، مسافت‌های خواسته‌شده را محاسبه کنیم.

$$(4s \text{ تا } 8s): l_1 = S_1 + S_2 = \frac{18}{2} + \frac{2}{2} = 10m$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$(As \text{ to } 4s): l_v = \frac{(2 + 10) \times 4}{2} = 24$$

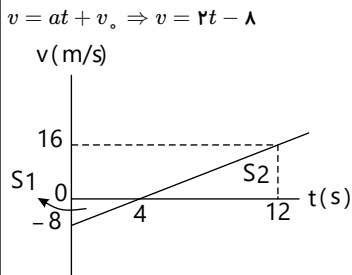
$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_v} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

۲۰۳ گزینه ۲ چون نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، در لحظه $t = 4s$ مماس بر محور زمان است، بنابراین معادله حرکت متحرک به صورت $x = A(t - 4)^2$ خواهد بود. بنابراین برای محاسبه A داریم:

$$x = A(t - 4)^2 \xrightarrow[t=0]{x=16m} 16 = A(0 - 4)^2 \Rightarrow A = 1$$

$$\Rightarrow x = (t - 4)^2 \Rightarrow x = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -8 \frac{m}{s} \\ a = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

بنابراین معادله سرعت و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است:



مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = S_1 + S_2 = \frac{4 \times 8}{2} + \frac{8 \times 16}{2} = 16 + 64 \Rightarrow l = 80m$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{80}{12} = \frac{20}{3} \frac{m}{s}$$

۲۰۴ گزینه ۲

برای متحرک A که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، در ۴ ثانیه ابتدایی حرکت می توان نوشت:

$$\frac{\Delta x_A}{t} = \frac{v_A + v_{0A}}{2} \Rightarrow \frac{20 - 0}{4} = \frac{v_A + 0}{2} \Rightarrow v_A = 10 \frac{m}{s}$$

چون در لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند، (لحظه $t = 4s$) اندازه سرعت آن ها یکسان است، داریم:

$$v_B = -10 \frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_B}{t} = \frac{v_B + v_{0B}}{2} \Rightarrow \frac{20 - 0}{4} = \frac{-10 + v_{0B}}{2} \Rightarrow v_{0B} = 20 \frac{m}{s}$$

حال شتاب حرکت هر متحرک را می یابیم. داریم:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{t} = \frac{10 - 0}{4} \Rightarrow a_A = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{t} = \frac{-10 - 20}{4} \Rightarrow a_B = -7.5 \frac{m}{s^2}$$

سپس معادله حرکت هر متحرک را نوشته و مکان آن ها را در لحظه $t = 2s$ محاسبه می کنیم. داریم:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} \times 2.5 t^2 + 0 + 0 \xrightarrow[t=2s]{} x_A = 500m$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times (-7.5) t^2 + 20 t + 0 \xrightarrow[t=2s]{} x_B = -1100m$$

بنابراین:

$$|\Delta x_{AB}| = |x_A - x_B| = |500 - (-1100)| \Rightarrow |\Delta x_{AB}| = 1600m = 1.6km$$

۲۰۵ گزینه ۳ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 3s$ برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظه $t = 3s$ برابر با صفر است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=8-3=5s]{v(t=3s)=0, v(t=8s)=20 \frac{m}{s}} a = \frac{20}{5} = 4 \frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به رابطه سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه متحرک را به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=3s, a=4 \frac{m}{s^2}]{v(t=3s)=0} v_0 = -12 \frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه جایی متحرک را در سه ثانیه اول حرکت به دست می آوریم:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{t=3s} \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 - 12 \times 3 \Rightarrow \Delta x = 18 - 36 = -18m$$

بنابراین، هنگامی که جهت حرکت متحرک در لحظه $t = 3s$ عوض می شود، متحرک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می توانیم حرکت متحرک را برعکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می کند. اکنون جابه جایی متحرک پس از ۳ ثانیه برابر با فاصله متحرک از مبدأ حرکت در لحظه تغییر جهت است:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 18m$$

۲۰۶ گزینه ۴ مطابق با نمودار، متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت می دهد و بنابراین داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 + 3a = 0 \quad (1)$$

جابه جایی متحرک در ۸ ثانیه ابتدایی حرکت برابر با $16m$ - است.

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -16 = \frac{1}{2} \times a \times 8^2 + v_0 \times 8 \Rightarrow v_0 + 4a = -2 \quad (2)$$

با حل هم زمان معادله های (۱) و (۲) داریم:

$$a = -2 \frac{m}{s^2}, \quad v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

در لحظه $t = 8s$ جهت بردار مکان متحرک تغییر می کند، بنابراین تندی متحرک در این لحظه برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 8 + 6 \Rightarrow v = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow s = 10 \frac{m}{s}$$

۲۰۷ گزینه ۲ شرط این که تندی متوسط هم اندازه با سرعت متوسط باشد، آن است که متحرک بر روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند. با توجه به اینکه متحرک در لحظه $t = \frac{2+6}{2} = 4s$ متوقف شده و تغییر جهت می دهد، بنابراین از شروع حرکت تا لحظه $t = 4s$ تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با هم برابر هستند.

۲۰۸ گزینه ۳ روش اول:

در $t = 2$ ، سرعت صفر است. در بازه زمانی 0 تا $t_1 = 2s$ داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2a + v_0 \Rightarrow v_0 = -2a \quad (*)$$

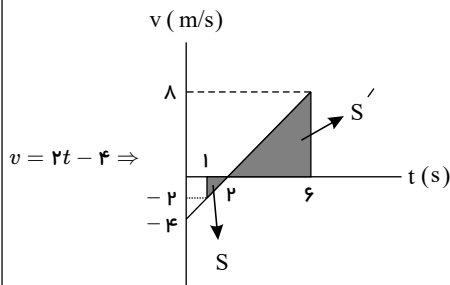
به کمک تعریف سرعت متوسط جابه جایی در بازه زمانی $1s$ تا $t_1 = 6s$ را می یابیم:

$$v_{av} = \frac{x(t=6) - x(t=1)}{6 - 1} = 2 \Rightarrow \Delta x_{(1s-6s)} = 15m \quad (**)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{(*)} x = \frac{1}{2}at^2 - 2at + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = \frac{a}{2} - 2a + x_0 = -\frac{3}{2}a + x_0 \\ t_2 = 6s \Rightarrow x_2 = 18a - 12a + x_0 = 6a + x_0 \end{cases} \xrightarrow{(**)} \Delta x = 15m = 7.5a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{(*)} v_0 = -2 \frac{m}{s} \Rightarrow v = 2t - 2$$

از رسم نمودار $(v - t)$ کمک می گیریم:



$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = -2 \frac{m}{s} \\ t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 8 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow L = S + S' = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 1 + 20 = 21m$$

روش دوم:

$$2s \text{ در بازه زمانی صفر تا } 2s \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2a + v_0 \Rightarrow v_0 = -2a$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$v_{av} = \frac{v + v_o}{2} = \frac{(at + v_o) + v_o}{2} = \frac{1}{2}at + v_o$$

در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 6s$ ، در رابطه فوق:

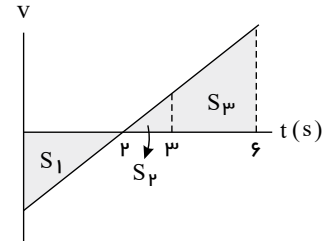
$$v_{av} = 3 = \frac{1}{2}a(6 - 1) + v_1 \xrightarrow{v_1 = v(t_1 = 1s) = (-2)} 3 = \frac{5}{2}a - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_o = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

باقی راه حل شبیه روش اول است.

۲۰۹ گزینه ۴ نمودار سهمی است. پس حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. $a > 0$ و $v_o < 0$ است. متحرک در $t = 2s$ تغییر جهت داده است و می‌دانیم هنگام بررسی مسافت طی شده باید حواسمان به تغییر جهت دادن یا تغییر جهت ندادن جسم در بازه زمانی موردنظر باشد. اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

رد گزینه (۱): متحرک در $t = 2s$ تغییر جهت داده بنابراین مسافت در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 3s$ (که متحرک در این بازه زمانی و در $t = 2s$ تغییر جهت داده) نمی‌تواند با مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t = 3s$ تا $t = 6s$ برابر باشد:

$$\begin{cases} L_{(0-3s)} = S_1 + S_2 \\ L_{(3s-6s)} = S_2 \end{cases} \Rightarrow S_1 + S_2 \neq S_2$$



برای سهولت در امر مقایسه می‌توانیم به a یک عدد فرضی نسبت دهیم مثلاً:

$$a = 1 \left(\frac{m}{s} \right) \Rightarrow v_{(t=2)} = a\Delta t + v_{(t=0)} \Rightarrow 0 = 2 \times 1 + v_o \Rightarrow v_o = -2 \frac{m}{s} \Rightarrow v = at + v_o \Rightarrow v = t - 2 \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \Rightarrow v = 3 - 2 = 1 \frac{m}{s} \\ t = 6s \Rightarrow v = 6 - 2 = 4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |S_1| = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1m \\ S_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 0.5\Delta m \\ S_3 = \frac{1}{2} \times 3 \times (1 + 4) = 7.5\Delta m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_{(0-3s)} = |S_1| + S_2 = 1 + 0.5 = 1.5\Delta m \\ L_{(3s-6s)} = S_3 = 7.5\Delta m \end{cases} \Rightarrow L_{(0-3s)} \neq L_{(3s-6s)}$$

توجه: برای رد گزینه (۱) به‌طور شهودی نیز عمل بفرمائید! شتاب ثابت، تقارن، توجه به بازه‌های زمانی و ...
رد گزینه (۲):

$$\begin{cases} \Delta x_{(0-3s)} = S_2 - |S_1| \\ L_{(0-3s)} = S_2 + |S_1| \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(0-3s)} \neq L_{(0-3s)}$$

رد گزینه (۳): شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان - زمان برابر سرعت متوسط در آن بازه زمانی است، پس به دلیل تقارن:

$$[(v_{av})_{0-4s} = \frac{x_{(t=4)} - x_{(t=0)}}{4 - 0} = 0] \neq [v_{(1s-5s)} (\neq 0)]$$

تأیید گزینه (۴): به دلیل اینکه شتاب ثابت است و تقارن در نمودار مکان - زمان.

$$\begin{cases} x_{(t=1s)} = x_{(t=3s)} \\ x_{(t=0)} = x_{(t=4s)} \end{cases} \Rightarrow x_{(3)} - x_{(0)} = x_{(1)} - x_{(4)} = |x_{(4)} - x_{(1)}| \Rightarrow \Delta x_{(0-3s)} = |\Delta x_{(1-4s)}| \Rightarrow \left| \frac{\Delta x}{\Delta t_{(0-3s)}} \right| = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t_{(1-4s)}} \right| \Rightarrow (v_{av})_{0-3s} = (v_{av})_{1-4s}$$

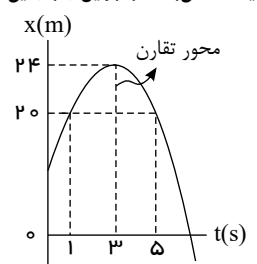
۲۱۰ گزینه ۴ چون نمودار مکان - زمان حرکت در مسیر مستقیم به‌صورت سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است و در نتیجه شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه با شتاب لحظه‌ای برابر است. در بازه زمانی $4s$ تا $8s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t \Rightarrow 20 - 4 = \frac{1}{2}a \times 4^2 + 0 \times 4 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

۲۱۱ گزینه ۴ نمودار مکان - زمان متحرک به‌صورت سهمی است و با توجه به این که سهمی نسبت به خط عمودی که از رأس آن می‌گذرد، متقارن است، مکان متحرک در $t_1 = 1s$ و $t_2 = 5s$ یکسان می‌باشد. بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی برابر صفر است. با توجه به نمودار و رابطه سرعت متوسط و تندی متوسط می‌توان نوشت:

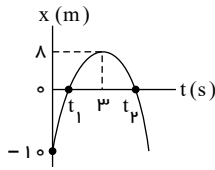
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - 20}{5 - 1} = 0 \frac{m}{s}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|24 - 20| + |20 - 24|}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2 \frac{m}{s}$$



توجه: مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 5s$ که فاصله زمانی یکسانی از رأس سهمی ($t = 3s$) دارند، یکسان است.

۲۱۲ گزینه ۳



چون نمودار مکان - زمان متحرک به صورت سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست است. ابتدا سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم.

در بازه زمانی صفر تا $3s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v_o + v_3}{2} \Delta t \Rightarrow 18 = \frac{v_o + 0}{2} \times 3 \Rightarrow v_o = 12 \frac{m}{s}$$

سپس شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_o}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{3} = -4 \frac{m}{s^2}$$

متحرک در لحظه t_2 دارای حرکت تندشونده است و از مبدأ مکان می‌گذرد، زیرا در این لحظه سرعت و شتاب هر دو منفی‌اند. بنابراین به کمک معادله سرعت - جابجایی در بازه زمانی $3s$ تا t_2 داریم:

$$v_{t_2}^2 = v_3^2 + 2a\Delta x \Rightarrow v_{t_2}^2 = 0 + 2(-4)(0 - 18) \Rightarrow |v_{t_2}| = 12 \frac{m}{s}$$

با توجه به این‌که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه t_2 منفی است، بنابراین متحرک در لحظه t_1 دارای حرکت کندشونده و در لحظه t_2 دارای حرکت تندشونده است، در نتیجه داریم:

$$v_{t_2} = -12 \frac{m}{s}$$

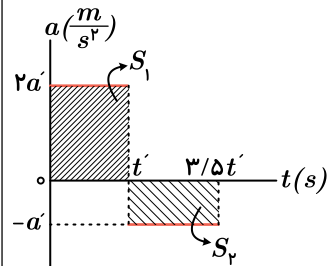
۲۱۳ گزینه ۴ با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده، متحرک در لحظه $t = 2s$ در مکان $x = 32m$ قرار دارد و اندازه سرعت آن صفر است.

$$\frac{v_o + v_{(t=2s)}}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_o + 0}{2} = \frac{32 - 24}{2} \Rightarrow v_o = 8 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_{(t=2s)} - v_o}{\Delta t} = \frac{0 - 8}{2} = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 8^2 = 2(-4)(0 - 24) \Rightarrow |v| = 16 \frac{m}{s}$$

۲۱۴ گزینه ۱



چون $s_2 > s_1$ است، در نتیجه Δv کل حرکت باید منفی باشد، یعنی سرعت متحرک در $t = 3/5 t'$ باید کمتر از سرعت متحرک در $t = 0$ باشد، که در هیچ یک از گزینه‌ها این اتفاق نیافتاده است.

۲۱۵ گزینه ۴ از روی نمودار داده شده پارامترهای مربوط به حرکت هر متحرک را نوشته، سپس معادله حرکت آن‌ها را می‌نویسیم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} a_A = \frac{12}{2} = 6 m/s^2 \\ v_{oA} = 0 \\ x_{oA} = 0 \end{cases} \quad \text{فرض سوال}$$

$$\begin{cases} a_B = \frac{2}{2} = 1 m/s^2 \\ v_{oB} = 10 m/s \\ x_{oB} = +5 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o \quad (A)$$

$$t = 6(s) \rightarrow \begin{cases} x_A = 3t^2 \\ x_B = \frac{1}{2}t^2 + 10t + 5 \end{cases} \quad (B) \rightarrow \begin{cases} x_A = 108(m) \\ x_B = 133(m) \end{cases}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$108 - 83 = 25(m) \quad \text{فاصله دو متحرک از هم}$$

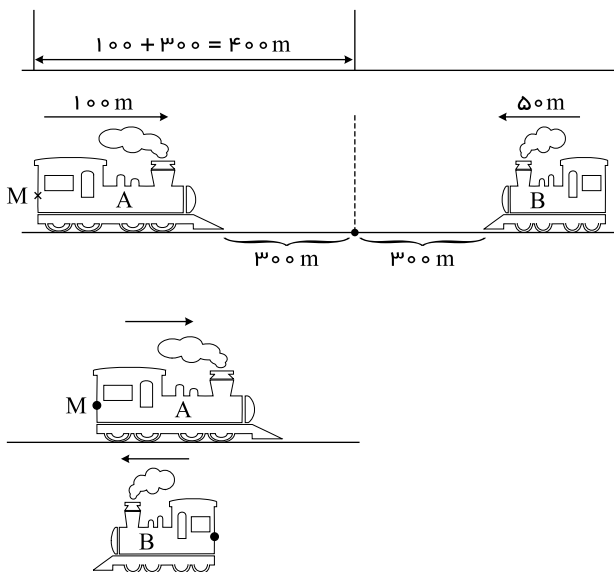
۲۱۶ گزینه ۴ با توجه به شکل برای اینکه هیچ گونه تصادفی رخ ندهد و قطار B به هیچ قسمت از قطار A برخورد نکند، باید در لحظه‌ای که قطار B به محل تعویض ریل‌ها می‌رسد، قطار A کاملاً از آن رد شده باشد. بنابراین داریم:

$$|\Delta x| = \frac{1}{2}|a|t^2 + |v_0|t$$

$$A: (100 + 300) = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 30t \Rightarrow t^2 + 30t - 400 = 0 \Rightarrow (t + 40)(t - 10) = 0 \Rightarrow \boxed{t = 10s}$$

و در همین مدت برای قطار B داریم:

$$B: 300 = \frac{1}{2}a_B \times 10^2 + 10 \times 10 \Rightarrow 50a_B = 200 \Rightarrow \boxed{|a_B| = 4 \frac{m}{s^2}}$$



۲۱۷ گزینه ۳ با توجه به نمودار، از لحظه $t = 0$ تا لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شود ($v = 5 \frac{m}{s}$) جابه‌جایی متحرک B برابر صفر است، پس فاصله بین دو متحرک در این لحظه معادل جابه‌جایی متحرک A از $t = 0$ تا $t = 5s$ است، بنابراین داریم:

$$\Delta x_A = \frac{v + v_{0A}}{2} \Delta t \rightarrow 50 = \frac{5 + v_{0A}}{2} \times 5 \rightarrow v_{0A} = 15 \frac{m}{s}$$

حال شتاب متحرک A را به دست می‌آوریم تا بتوانیم لحظه توقف متحرک A را محاسبه کنیم:

$$a_A = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{5 - 15}{5} \Rightarrow a_A = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 15 \rightarrow t = 7.5s$$

از طرفی برای متحرک B داریم: (در ۵ ثانیه اول)

$$\Delta v = a \Delta t \xrightarrow{\Delta v = 5 - (-5) = 10 \frac{m}{s}} 10 = a_B \times 5 \rightarrow a_B = 2 \frac{m}{s^2}$$

حال معادله حرکت هر یک را نوشته و مکان آن‌ها را در $t = 7.5s$ محاسبه کرده و برای تعیین فاصله آن‌ها از هم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_{0A} = x_{0B} = 0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_A = -t^2 + 15t \\ x_B = t^2 - 5t \end{cases}$$

$$\xrightarrow{|\Delta x| = |x_A - x_B|} |\Delta x| = -2t^2 + 20t \xrightarrow{t=7.5s} |\Delta x| = -2(7.5)^2 + 20 \times 7.5 = 37.5m$$

۲۱۸ گزینه ۳ نکته ۱: در حرکت با شتاب ثابت، نمودار $v - t$ خطی است با شیب ثابت (منحنی نیست).

نکته ۲: در نمودار $v - t$ ، در مدتی که نمودار بالای محور t است، متحرک در جهت حرکت می‌کند ($v > 0$) و در مدتی که نمودار پایین محور t است، متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند. ($v < 0$)

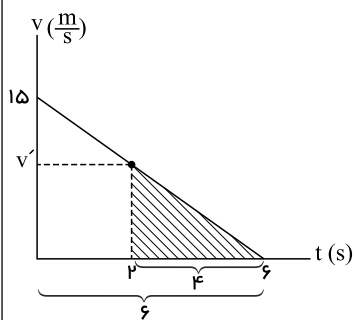
با توجه به اینکه نمودار $v - t$ به صورت یک منحنی است، حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است. از طرفی چون در بازه زمانی t_1 تا t_2 نمودار پایین محور t است، متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است.

۲۱۹ گزینه ۴ نکته ۱: شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب متحرک است.

نکته ۲: در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت - زمان یک خط با شیب ثابت است.

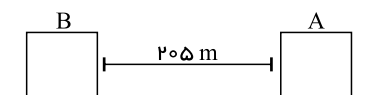
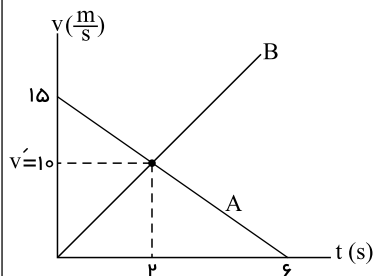
فیزیک دوازدهم فصل یک

ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، سرعت دو متحرک در $t = ۲s$ را می‌یابیم:



$$\frac{15}{-6} = \frac{v'}{4} \rightarrow v' = 10 \frac{m}{s}$$

حال با توجه به نمودارها، ابتدا شتاب حرکت هر یک را تعیین می‌کنیم، سپس معادله حرکت هر کدام را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} v_{0B} = 0 \\ a_B = \frac{10}{2} = 5 \frac{m}{s^2} \\ x_{0B} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0A} = 15 \\ a_A = -\frac{15}{6} = -2.5 \frac{m}{s^2} \\ x_{0A} = 20 m \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{5}{2}t^2 \\ x_A = -\frac{5}{4}t^2 + 15t + 20 \end{cases} \xrightarrow{t=2s} x_A = 20 m$$

متحرک A در لحظه $t = 6s$ در مکان $x = 20 m$ متوقف می‌شود. بنابراین زمان رسیدن متحرک B به این مکان را محاسبه می‌کنیم:

$$20 = \frac{5}{2}t^2 \rightarrow t = 2 s$$

در نهایت داریم:

$$v_B = a_B t = 5 \times 2 \rightarrow v_B = 10 \frac{m}{s}$$

۲۲۰ گزینه ۴ اگر نمودار سرعت - زمان به صورت خط راست باشد، حرکت با شتاب ثابت بوده و شیب خط شتاب متحرک و عرض از مبدأ، سرعت اولیه را می‌دهد، پس:

$$\begin{cases} a_A = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_{0A} = 0 \\ a_B = 1 \frac{m}{s^2} \\ v_{0B} = 12 (\frac{m}{s}) \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\begin{cases} x_A = 2t^2 + 0 \\ x_B = \frac{1}{2}t^2 + 12t + 0 \end{cases}$$

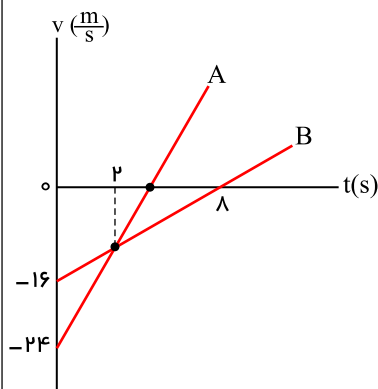
در لحظه $t = 4(s)$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_A = 32(m) \\ x_B = 64(m) \end{cases}$$

$$x_B - x_A = 64 - 32 = 32(m)$$

۲۲۱ گزینه ۳

نمودار سرعت - زمان داده شده برای هر دو متحرک یک خط با شیب ثابت است. پس حرکت هر دو متحرک، شتابدار با شتاب ثابت است و معادله هر خط، همان معادله سرعت متحرک است.



برای متحرک B (شیب خط = شتاب):

$$a_B = \frac{16}{4} = 4 \frac{m}{s^2} \quad v = at + v_0 \Rightarrow v_B = 4t - 16$$

در لحظه $t = 2s$ داریم: ($v_A = v_B$)

$$v_B = 4t - 16 \xrightarrow{t=2s} v_B = 4 \times 2 - 16 \Rightarrow v_B = -12 \frac{m}{s} = v_A$$

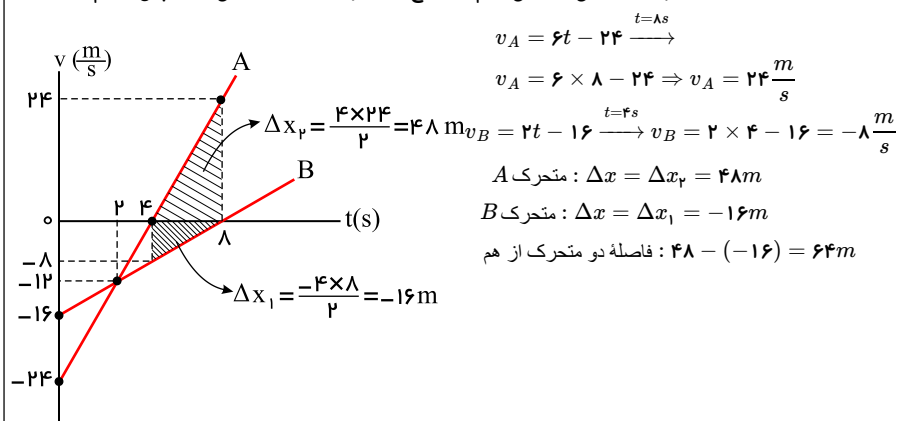
و برای متحرک A:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{t=2s} -12 = a_A \times 2 - 24 \Rightarrow a_A = 6 \frac{m}{s^2} \Rightarrow v_A = 6t - 24$$

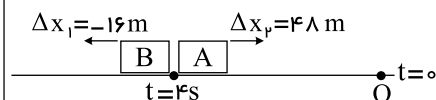
در لحظه ای که متحرک A تغییر جهت می دهد، داریم:

$$v_A = 6t - 24 \xrightarrow{v_A=0} 0 = 6t - 24 \Rightarrow t = 4s$$

حال می دانیم که بین $t = 4s$ و $t = 8s$ ، متحرک A در جهت محور و متحرک B در خلاف جهت محور حرکت می کنند. می دانیم که سطح زیر نمودار برابر جابه جایی است، پس داریم:



دقت کنید که در لحظه $t = 4s$ هر دو متحرک در یک مکان هستند.

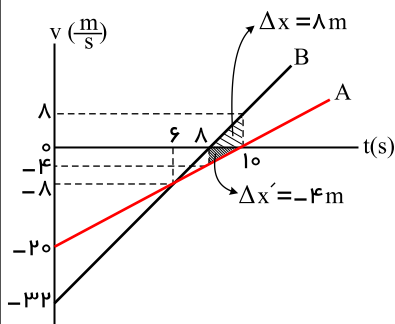


۲۲۲ گزینه ۴ در بازه زمانی که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می کنند، متحرک B در جهت محور و متحرک A در خلاف جهت محور حرکت می کند؛ پس در ابتدا لحظه توقف و تغییر

جهت B را می یابیم. برای این کار، مرحله به مرحله به صورت زیر پیش می رویم:

(۱)

فیزیک دوازدهم فصل یک



$$a_A = A \text{ شیب خط } = \frac{0 - (-20)}{10} = 2 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_A = 2t - 20$$

$$\begin{cases} t = 6s \\ v_B = v_A = 2 \times 6 - 20 = -8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

(۲)

$$a_B = B \text{ شیب خط } = \frac{-8 - (-32)}{6} = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_B = 4t - 32$$

$$B \text{ لحظه تغییر جهت متحرک } \begin{cases} v_B = 0 \\ 0 = 4t - 32 \end{cases} \Rightarrow t = 8s$$

$$v_A = 2t - 20 \xrightarrow{t=8s} v_A = 2(8) - 20 = -8 \frac{m}{s}$$

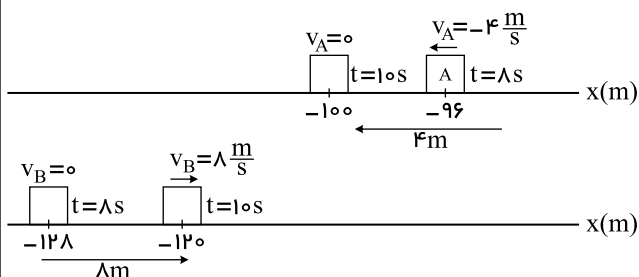
سرعت متحرک A در لحظه $t = 8s$:

سرعت متحرک B در لحظه $t = 10s$:

$$v_B = 4t - 32 \xrightarrow{t=10s} v_B = 8 \frac{m}{s}$$

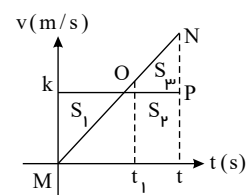
(۳) قدرمطلق سطح محصور بین نمودارهای A و B با محور زمان، در بازه زمانی $t = 8s$ تا $t = 10s$ ، جابه جایی آنها نسبت به هم را نشان می دهد که برابر ۱۲ متر است.

در این مدت دو متحرک به هم نزدیک می شوند، پس فاصله آنها ۱۲ متر از هم کم می شود.



گزینه ۲ ۲۲۳

$$V_B = \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{240}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 40s$$



یعنی دو متحرک بعد از گذشت $40s$ دوباره به یکدیگر می رسند. در لحظه ای که دو متحرک به یکدیگر می رسند، جابه جایی آنها با یکدیگر برابر می شود. از طرف دیگر می دانیم زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه جایی است.

$$\begin{cases} \Delta x_A = S_1 + S_2 \\ \Delta x_B = S_1 + S_2 \rightarrow S_1 = S_2 \\ \Delta x_A = \Delta x_B \end{cases}$$

پس ۲ مثلث OKM و ONP مشابه بوده و مساحت آنها برابر است. پس $OP = OK$ می باشد، بنابراین t_1 نصف t است.

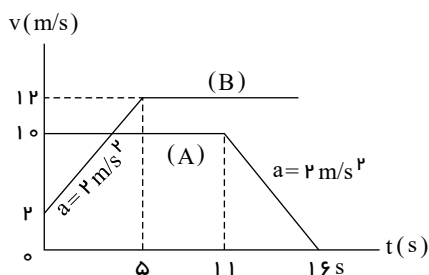
$$t_1 = \frac{t}{2} = \frac{40}{2} = 20s$$

گزینه ۳ از نظر محاسبات یکی از تست های طولانی کنکور است. برای تسریع و سهولت در پاسخ دهی به این تست از نمودار $(v - t)$ کمک می گیریم؛

فیزیک دوازدهم فصل یک

گام اول: نمودار $(v - t)$ هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. سرعت متحرک (B) در پایان ثانیه پنجم:

$$v = at + v_0 = 2 \times 5 + 2 = 12 \frac{m}{s}$$



هر دو متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان بوده‌اند:

$$x_{0A} = x_{0B} = 0$$

لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند: $x_A = x_B$. بنابراین اگر لحظه مورد نظر را $t = t'$ در نظر بگیریم:

(جابه‌جایی دو متحرک یکسان است) $\Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B$ (در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = t'$)

گام دوم: سطح زیر نمودار $(v - t)$ برابر جابه‌جایی است؛ با کمی تأمل در شکل مشخص است که تا $t = 5s$ این اتفاق رخ نمی‌دهد. ببینیم تا $t = 11s$ آیا جابه‌جایی دو متحرک (مساحت سطح زیر دو نمودار) یکسان می‌شود یا خیر؟

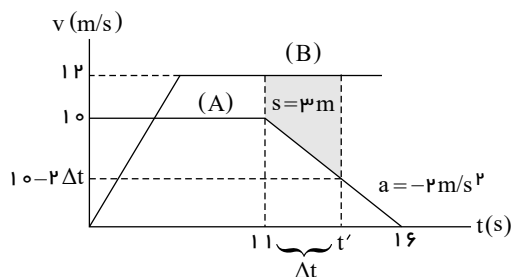
$$A: \Delta x_A = 11 \times 10 = 110m \text{ و } B: \Delta x_B = S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{نوزنگه}} = \frac{1}{2}(5)(2+12) + 12 \times 6 = 35 + 72 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = 110m \\ \Delta x_B = 107m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B < \Delta x_A \Rightarrow t' > 11s$$

کافی است مساحت سطح زیر نمودار متحرک B از $t = 11s$ ، به بعد $3m$ بیشتر از مساحت سطح زیر نمودار A باشد.

گام سوم:

$$S = \frac{1}{2}(\Delta t)(2 + (12 - (10 - 2\Delta t))) = 3 \Rightarrow 2\Delta t + \Delta t^2 = 3 \Rightarrow \Delta t^2 + 2\Delta t - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \begin{cases} -3s \\ 1s \checkmark \end{cases} \Rightarrow t' = 12s$$



$$t' = 12s \begin{cases} v_B = 12 \frac{m}{s} \\ v_A = 10 - 2\Delta t = 10 - 2 \times 1 = 8 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_B - v_A = 12 - 8 = 4 \frac{m}{s}$$

۲۲۵ گزینه ۴ ابتدا نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم:

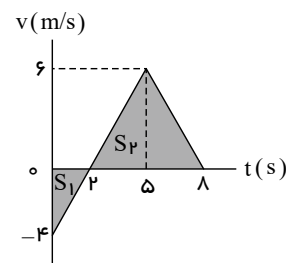
$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0 = -4 \frac{m}{s}} \text{صفر تا } 5s: v_5 = 2 \times 5 - 4 = 6 \frac{m}{s}$$

سپس در این بازه زمانی، لحظه تغییر جهت را محاسبه می‌کنیم:

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} t = 2s$$

در ادامه سرعت متحرک را در لحظه $8s$ به دست می‌آوریم. با توجه به این که سرعت اولیه متحرک در بازه زمانی $5s$ تا $8s$ همان $6 \frac{m}{s}$ است، داریم:

$$8s \text{ تا } 5s: v_8 = -2 \times 3 + 6 = 0$$



می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، نشان‌دهنده جابه‌جایی متحرک است. پس داریم:

$$\Delta x_1 = -S_1 = -\frac{4 \times 2}{2} = -4m$$

$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{(8-2) \times 6}{2} = 18m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -4 + 18 = 14m$$

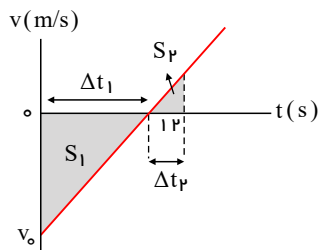
فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\ell_{\text{جس}} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = +4 + 18 = 22m$$

بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\frac{\ell_{\text{جس}}}{\Delta x_{\text{جس}}} = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$$

۲۲۶ گزینه ۲



متحرک در مبدأ زمان به سمت چپ محور ها حرکت می‌کند. ضمناً با توجه به متفاوت بودن مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی، در مسیر خود تغییر جهت داده است. پس اگر نمودار سرعت – زمان را رسم کنیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_1 + S_2 &= 25m \\ -S_1 + S_2 &= -15m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} S_1 &= 20m \\ S_2 &= 5m \end{aligned} \right.$$

از تشابه دو مثلث، داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\Delta t_1^r}{\Delta t_2^r} \Rightarrow \frac{20}{5} = \frac{\Delta t_1^r}{\Delta t_2^r} \Rightarrow \Delta t_1 = 2\Delta t_2$$

از طرفی می‌دانیم:

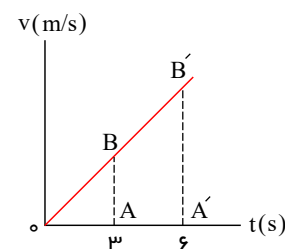
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 12s \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Delta t_1 &= 8s \\ \Delta t_2 &= 4s \end{aligned} \right.$$

$$S_1 \text{ مساحت مثلث } = \frac{|v_o| \Delta t_1}{2} \Rightarrow 20 = \frac{|v_o| \times 8}{2} \Rightarrow |v_o| = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow v_o = -5 \frac{m}{s}$$

۲۲۷

گزینه ۳ مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان، نشان‌دهنده جابه‌جایی است. با توجه به تشابه مثلث‌های $\triangle OAB$ و $\triangle OA'B'$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{S_{OA'B'}}{S_{OAB}} = \left(\frac{OA'}{OA} \right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{9} = \left(\frac{6}{3} \right)^2 \Rightarrow S_2 = 36m$$



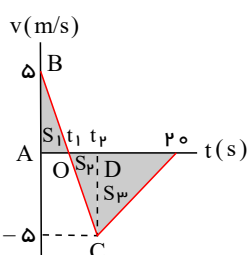
بنابراین جابه‌جایی متحرک در ۳s دوم حرکت برابر است با:

$$\Delta x_{2 \rightarrow 6} = S_2 - S_1 = 36 - 9 = 27m$$

و در نتیجه سرعت متوسط آن در ۳s دوم حرکت برابر است با:

$$(v_{av})_{2 \rightarrow 6} = \frac{\Delta x_{2 \rightarrow 6}}{\Delta t} = \frac{27}{6 - 3} = 9 \frac{m}{s}$$

۲۲۸ گزینه ۲



در قسمت اول حرکت، با توجه به هم‌نهشتی دو مثلث $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ ، مساحت این دو مثلث با هم برابر است و با توجه به این‌که مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان در یک بازه زمانی مشخص برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازه است، پس جابه‌جایی متحرک در t_2 ثانیه اول حرکت برابر با صفر است. در نتیجه می‌توان نوشت:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = -2 \times 20 = -40m \Rightarrow s_p = 40m \Rightarrow \frac{(20 - t_p)(5)}{2} = 40 \Rightarrow t_p = 4s \Rightarrow t_1 = 2s$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک در این ۲۰s برابر است با:-

$$l = |s_1| + |s_p| + |s_r| = \left| \frac{5 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{5 \times 2}{2} \right| + |40| = 50m$$

و تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{50}{20} = 2.5 \frac{m}{s}$$

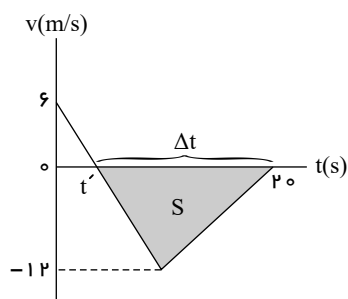
۲۲۹ گزینه ۲ مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر جابه‌جایی است. این مقدار را در بازه t تا ۲۵s حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = S_{v-t} \Rightarrow \Delta x_{(25 \leq t)} = \frac{1}{2} \times (25 - t) \times 10 = 5(25 - t)$$

حال بزرگی سرعت متوسط متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 25 - t]{\Delta x = 5(25 - t)} v_{av} = \frac{5(25 - t)}{25 - t} = 5 \frac{m}{s}$$

۲۳۰ گزینه ۲



هنگامی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، $v > 0$ است و وقتی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، $v < 0$ است. پس در بازه زمانی صفر تا t' ، چون $v > 0$ است متحرک در جهت محور x و در بازه زمانی t' تا ۲۰s چون $v < 0$ است متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

در بازه زمانی t' تا ۲۰s t :

$$L = (S) = \frac{1}{2} (12)(\Delta t)$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{6\Delta t}{\Delta t} = 6 \frac{m}{s}$$

توجه: نکته مهم این بود که نیازی به یافتن t' نبود. این سؤال در سال‌های اخیر مورد توجه طراحان بوده است.

۲۳۱ گزینه ۴ سرعت در $t = 0$ ، در جهت محور x است (دقت کنید در جهت محور x بودن الزاماً به مفهوم $x > 0$ بودن نیست بلکه یعنی جهت سرعت متحرک در جهت $(+)$ محور x است،

درحالی که ممکن است $x < 0$ باشد). پس $v_0 > 0$.

به کمک سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول حرکت جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

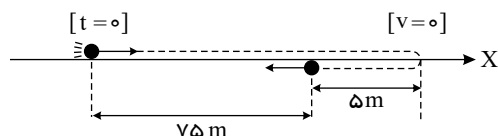
$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t} = \vec{v}_{7.5} \Rightarrow \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \vec{i} = \vec{v}_{7.5} \vec{i}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \vec{v}_{7.5} \Rightarrow \Delta x = \vec{v}_{7.5} \times 10 = 75m \quad (1)$$

تندی متوسط متحرک در همین مدت $7.5 \frac{m}{s}$ شده است، از اینکه تندی متوسط متحرک بیشتر از سرعت متوسط متحرک شده است، در می‌یابیم که الزاماً متحرک تغییر جهت داده است. یعنی مسافت طی شده بیشتر از جابه‌جایی است.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{10} = 7.5 \Rightarrow L = 75m \quad (2)$$

با توجه به مقادیر (۱) و (۲):



حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. نمودار $(v - t)$ یک خط مایل است با $v_0 > 0$

فیزیک دوازدهم فصل یک

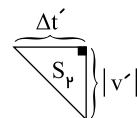
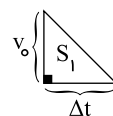
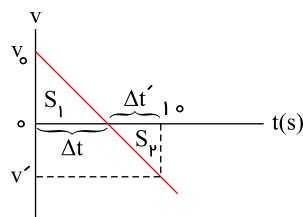
$$(۱) , (۲) \Rightarrow S_1 = \lambda_0 m , S_1 + |S_v| = \lambda \Delta m \Rightarrow |S_v| = \Delta m$$

$$\frac{|v'|}{v_0} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} , \begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} v_0 \Delta t = \lambda_0 \\ S_v = \frac{1}{2} |v'| \Delta t' = \Delta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|v'|}{|v|} \times \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{\Delta}{\lambda_0} = \frac{1}{16} \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۳)} \left(\frac{\Delta t'}{\Delta t}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{1}{4} \frac{\Delta t'}{1_0 - \Delta t'} = \frac{1}{4}$$

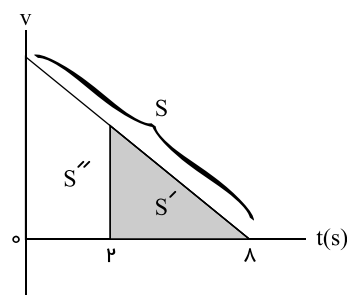
$$\Rightarrow \Delta t' = 2s \Rightarrow \Delta t = \lambda s$$



$$\Rightarrow S' = ?$$

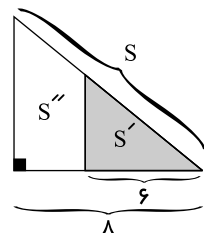
$$\Rightarrow S''_{(0-2s)} = \Delta x = L = ?$$

$$\Rightarrow S_1 = \lambda_0 m$$



$$\Rightarrow \frac{S'}{S} = \left(\frac{6}{\lambda}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{S'}{\lambda_0} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow S' = 45 \Rightarrow \text{مجهول سوال} = S - S' = \lambda_0 - 45 = 35m$$



توجه: می توان پس از مشخص شدن $\Delta t = \lambda s$ ، از روش زیر بهره برد به نحوی که: در بازه زمانی $(0 - \lambda s)$ و $(2s - \lambda s)$ ، به مسئله وارونه نگاه کنیم تا $v_0 = 0$ شود. آنگاه:

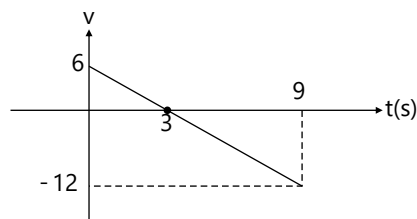
$$(0 \rightarrow \lambda s) \rightarrow (\lambda s \rightarrow 0) \Rightarrow \begin{cases} v_0 = v_{(t=\lambda s)} = 0 \\ |\Delta x| = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{1}{2} |a| \times \lambda^2 \Rightarrow |a| = 2,5 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$(2s \rightarrow \lambda s) \rightarrow (\lambda s \rightarrow 2s) \Rightarrow \begin{cases} v_0 = v_{(t=\lambda s)} = 0 \\ |\Delta x| = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} (2,5) 6^2 = 45m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجهول تست} = S - S' = \lambda_0 - 45 = 35m$$

۲۳۲ گزینه ۱ بدیهی است که با توجه به معادله سرعت داده شده، در صورتی که اندازه سرعت متحرک دو برابر سرعت اولیه اش شود، الزاماً $v_v < 0$ است. بنابراین داریم:

روش اول:



$$v_1 = 0 \rightarrow -2t_1 + 6 = 0 \rightarrow t_1 = 3(s)$$

$$v_0 = 6 \rightarrow |v_v| = 2v_0 = 12 \rightarrow |-2t_v + 6| = 12 \rightarrow -2t_v + 6 = -12 \rightarrow t_v = 9(s)$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

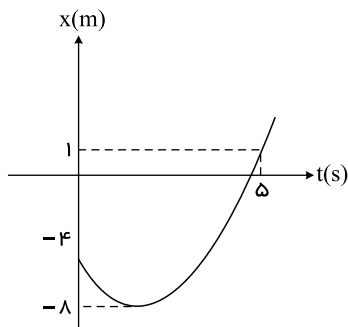
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-S}{\Delta t} = \frac{-\frac{6 \times 12}{2}}{9 - 3} = \frac{-36}{6} = -6 \left(\frac{m}{s} \right)$$

روش دوم: چون معادله سرعت - زمان داده شده نشانگر حرکت با شتاب ثابت ($a = -2 \frac{m}{s^2}$) است داریم:

$$t_1 \text{ تا } t_2 \text{ در بازه زمانی } v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + (-12)}{2} = -6 \left(\frac{m}{s} \right)$$

گزینه ۳

معادله حرکت متحرک یک تابع درجه دو است که به راحتی می توان نمودار مکان زمان آن را که یک سهمی است، رسم کرد و مینیم آن را محاسبه نمود.



$$t_{min} = -\frac{B}{2A} = \frac{-(-4)}{2 \times 1} = 2s \quad x = t^2 - 4t - 4 \xrightarrow{t=2s} x_{min} = 2^2 - 4(2) - 4 = -8m$$

همچنین داریم:

$$t = 0s \quad x = -4m$$

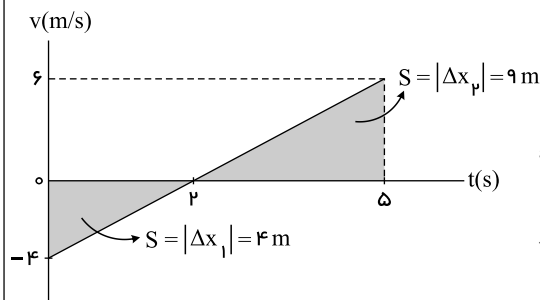
$$t = 5s \quad x = 1m$$

یعنی متحرک در بازه زمانی مورد نظر ۴ متر در خلاف جهت مثبت محور x و سپس ۹ متر در جهت مثبت محور x حرکت کرده است. یعنی مسافت پیموده شده آن ۱۳ متر بوده است. بنابراین تندی متوسط آن برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{13}{5} = 2.6 \frac{m}{s}$$

روش دوم برای تعیین مسافت طی شده:

با استفاده از نمودار سرعت - زمان و تعیین سطح محصور بین نمودار و محور زمان نیز می توان مسافت طی شده را پیدا کرد. یعنی:



$$x = t^2 - 4t - 4 \rightarrow v = 2t - 4 \rightarrow$$

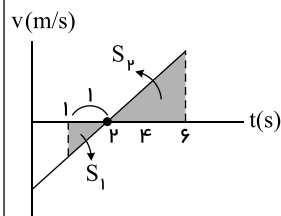
$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 13m$$

$t(s)$	$v(m/s)$
0	-4
2	0
5	6

گزینه ۳

یکی از ساده ترین راه حل ها ولی هوشمندترین آن ها این است که به مساحت زیر نمودار توجه کنید.

دو مثلث متشابه هستند. چون نسبت تشابه $\frac{4}{1}$ است، پس نسبت مساحت های آن ها به صورت زیر است: (نسبت مساحت های دو مثلث متشابه، با مربع نسبت تشابه آن ها برابر است).



$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{4}{1} \right)^2 = 16$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-S_1 + 16S_1}{5} = \frac{15S_1}{5}$$

$$v_{av} = 4.5 \Rightarrow \frac{15S_1}{5} = 4.5 \Rightarrow S_1 = 1.5, S_2 = 1.5 \times 16 = 24$$

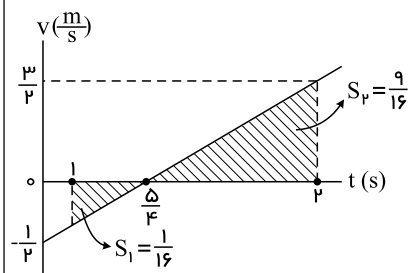
$$\ell = |S_1| + |S_2| = 1.5 + 24 = 25.5$$

۲۳۵ گزینه ۲

نکته: ۱- در یک مدت زمان معین، نسبت بزرگی سرعت متوسط به تندى متوسط، برابر با نسبت اندازه جابه جایی به مسافت طی شده است.

۲- سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، با جابه جایی برابر است.

در ابتدا معادله سرعت را به دست می آوریم و سپس نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم. سپس با تعیین سرعت متحرک در دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ ، سطح محصور بین نمودار و محور زمان را محاسبه می کنیم.



$$\begin{cases} x = t^2 - \frac{5}{4}t + 1 \\ x = \frac{1}{4}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -\frac{5}{4} \frac{m}{s} \xrightarrow{v=at+v_0} v = 2t - \frac{5}{4} \xrightarrow{v=0} t = \frac{5}{4} s$$

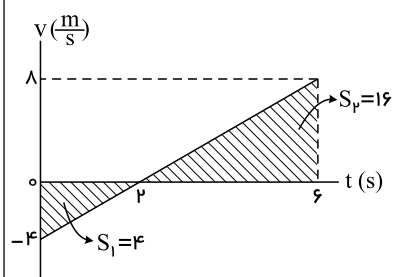
$$v = 2t - \frac{5}{4} \begin{cases} \xrightarrow{t=1s} v_1 = \frac{-1}{4} \frac{m}{s} \\ \xrightarrow{t=2s} v_2 = \frac{3}{4} \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{1}{4} \times (\frac{5}{4} - 1) \times (\frac{1}{4}) = \frac{1}{16} \\ S_2 = \frac{1}{4} \times (2 - \frac{5}{4}) \times (\frac{3}{4}) = \frac{9}{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{9}{16} - \frac{1}{16} = \frac{1}{2} m \\ \ell = \frac{9}{16} + \frac{1}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} m \end{cases}$$

$$\frac{|v_{av}|}{s_{av}} = \frac{|\Delta x|}{\ell} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}} \rightarrow \frac{|v_{av}|}{s_{av}} = \frac{4}{5}$$

۲۳۶ گزینه ۳ نکته: سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، با جابه جایی برابر است.

ابتدا معادله سرعت متحرک را می نویسیم و نمودار سرعت - زمان آن را رسم می کنیم. سپس با تعیین سطح محصور بین نمودار و محور زمان، مقادیر مسافت طی شده و جابه جایی را محاسبه می کنیم. در نهایت مقادیر تندى متوسط و سرعت متوسط و اختلاف آنها را به دست می آوریم.



$$\begin{cases} x = t^2 - 4t + 3 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -4 \frac{m}{s} \xrightarrow{v=at+v_0} v = 2t - 4 \begin{cases} \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 4 \rightarrow t = 2s \\ \xrightarrow{t=6s} v = 2 \times 6 - 4 \rightarrow v = 8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4 \\ S_2 = \frac{1}{2} \times (6 - 2) \times 8 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 16 - 4 = 12 m \\ \ell = 16 + 4 = 20 m \end{cases}$$

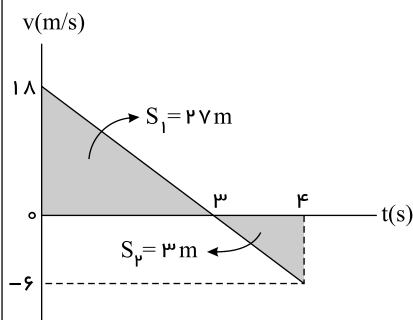
$$\begin{cases} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12}{6} = 2 \frac{m}{s} \\ s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow s_{av} - v_{av} = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

گزینه ۲ ۲۳۷

با توجه به معادله سرعت - زمان داده شده، نمودار آن را رسم کرده و با تعیین سرعت در لحظه‌های داده شده، سطح محصور بین نمودار و محور زمان که برابر با مقدار مسافت طی شده است را یافته و در نهایت تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$v = -6t + 18$$

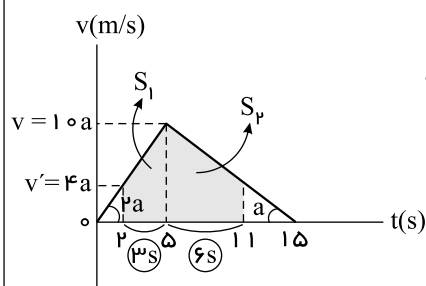
$v_1 = 18 \text{ m/s}$ at $t_1 = 0$
 $v_p = 0$ at $t_p = 3 \text{ s}$
 $v_p = -6 \text{ m/s}$ at $t = 6 \text{ s}$



$$\ell = S_1 + S_2 = 36 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{36}{6} \rightarrow S_{av} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۲ ۲۳۸



می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان با شتاب متحرک برابر است. با توجه به نمودار که شیب خط در ۵ ثانیه اول، دو برابر قدرمطلق شیب خط در ۱۰ ثانیه بعد است، می‌توانیم فرض کنیم که اگر شتاب حرکت در مرحله اول و دوم به ترتیب a_1 و a_2 باشد، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a_1 = 2a \\ |a_2| = a \end{cases}$$

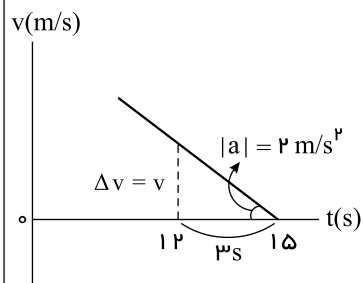
حال با توجه به اینکه سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، مقدار a را به صورت زیر می‌یابیم:

$$S_1 = \frac{10a + 4a}{2} \times 2 = 14a$$

$$S_2 = \frac{10a + 4a}{2} \times 6 = 42a$$

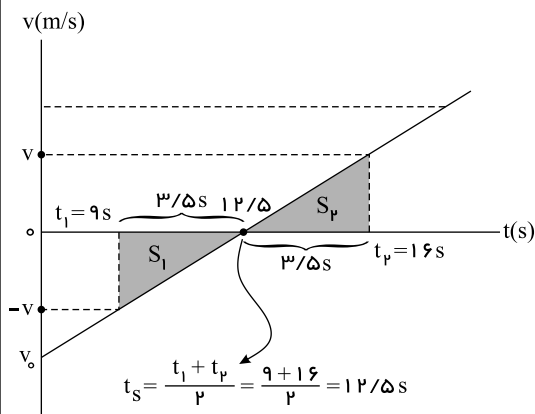
$$S_1 + S_2 = 126 \rightarrow 14a + 42a = 126 \rightarrow 56a = 126 \rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

و در نهایت داریم:



$$|a| = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{v}{3} \Rightarrow v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲۳۹ گزینه ۲



از آنجایی که در حرکت در امتداد محور x با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی داده‌شده صفر است، الزاماً متحرک در وسط این بازه زمانی متوقف شده و تغییر جهت داده است، پس تا قبل از توقف حرکت کندشونده و بعد از آن حرکت تندشونده دارد. بنابراین $v_0 < 0$ است و نمودار سرعت - زمان آن به‌صورت زیر خواهد بود.
(تذکر: اگر در حرکت با شتاب ثابت در امتداد خط راست، متحرک متوقف شده و تغییر جهت دهد، الزاماً سرعت اولیه (v_0) و شتاب حرکت (a) دارای علامت‌های قرینه‌اند)

حال با توجه به معلوم بودن شتاب حرکت، تبدی متحرک در لحظه‌های t_1 و t_p را محاسبه کرده و بعد از آن سطح محصور بین نمودار و محور زمان را به تعیین می‌کنیم تا مسافت طی‌شده در این مدت را به دست آورده و در نهایت تبدی متوسط را محاسبه می‌کنیم.

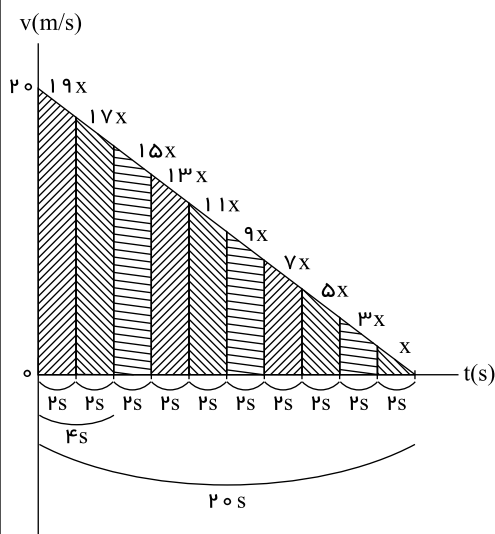
$$a = -\frac{m}{s^2}$$

$$|v| = at \xrightarrow{t=9s} |v| = 4 \times 9 \rightarrow |v| = 36 \frac{m}{s}$$

$$S_1 = S_2 = \frac{36 \times 16}{2} = 288m \xrightarrow{\ell = S_1 + S_2} \ell = 288 + 288 = 576m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow s_{av} = \frac{576}{16} \rightarrow s_{av} = 36 \frac{m}{s}$$

۲۴۰ گزینه ۲



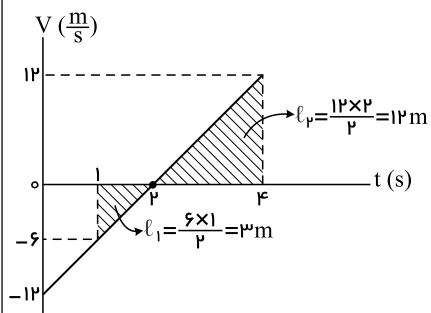
قبل از حل سؤال، باید دو نکته را یادآوری کنیم:
(۱) اگر متحرکی از حال سکون و شتاب ثابت، در امتداد محور x شروع به حرکت کند، نسبت جابه‌جایی‌هایش در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، همانند نسبت اعداد فرد متوالی است. یعنی نسبت x به $3x$ به $5x$ به $7x$ و ...
(۲) سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، برابر جابه‌جایی متحرک است.
حال با توجه به دو نکته یادشده، با تقسیم زمان حرکت به بازه‌های ۲ ثانیه‌ای، به حل سؤال می‌پردازیم، به گونه‌ای که اگر جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه آخر را x بنامیم. (سطح زیر نمودار، در دو ثانیه آخر x باشد) در چهار ثانیه اول $36x$ یعنی مجموع $(17x + 19x)$ است.

پس داریم:

یعنی کل زمان حرکت 20 ثانیه بوده، حال با توجه به شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان که برابر شتاب متحرک است، داریم:

$$a = \text{شیب خط} = -\frac{20}{20} \Rightarrow |a| = 1 \frac{m}{s^2}$$

۲۴۱ گزینه ۱ از معادله حرکت داده‌شده، معادله سرعت متحرک را تعیین می‌کنیم. پس از رسم نمودار سرعت - زمان، با تعیین سطح زیر نمودار، مسافت طی‌شده و در نهایت تبدی متوسط را به دست می‌آوریم:



t	v
0	-12
1	-6
4	12
2	0

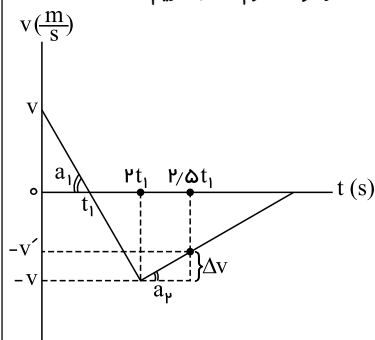
$$x = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow v = 6t - 12 \Rightarrow$$

$$l = l_1 + l_2 = 18m$$

و در آخر داریم:

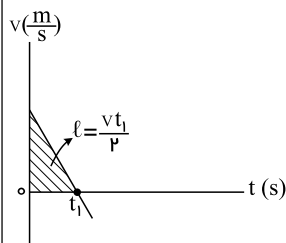
$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{18}{3} \Rightarrow S_{av} = 6 \frac{m}{s}$$

۲۴۲ گزینه ۳ با توجه به اینکه بزرگی شتاب در مرحله اول، دو برابر شتاب در مرحله دوم است، (قدر مطلق شیب خط در مرحله اول دو برابر شیب خط در مرحله دوم است) داریم:

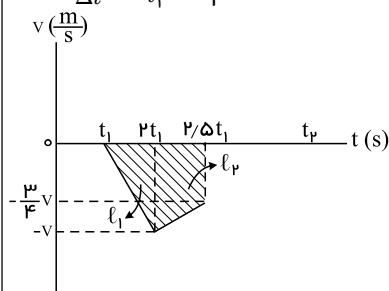


$$|a_1| = r|a_r| \Rightarrow \left| \frac{v}{t_1} \right| = r \left(\frac{\Delta v}{\Delta t_1} \right) \Rightarrow |\Delta v| = \frac{1}{r} v \Rightarrow v - v' = \frac{1}{r} v \Rightarrow |v'| = \frac{r}{r+1} v$$

حال سطح محصور بین نمودار و محور زمان را در بازه‌های داده شده می‌یابیم و tendy متوسط هر مرحله را محاسبه می‌کنیم



$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{vt_1}{2}}{t_1} = \frac{1}{2} v$$



$$l_r = \frac{v + \frac{v}{r}}{2} \times \frac{1}{r} t_1 \Rightarrow l_r = \frac{v}{1+r} t_1$$

$$S'_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{(\frac{1}{r} t_1 + \frac{v}{1+r} t_1) v}{1/\Delta t_1} \Rightarrow S'_{av} = \frac{\Delta}{\lambda} v$$

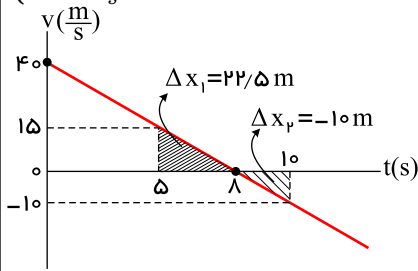
و در آخر داریم:

$$\frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{\frac{1}{2} v}{\frac{\Delta}{\lambda} v} \Rightarrow \frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{\lambda}{\Delta}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

۲۴۳ گزینه ۲ در ابتدا معادله سرعت متحرک را نوشته و نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم و با استفاده از سطح محصور بین نمودار و محور زمان، مسافت طی‌شده و در آخر، تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} v_0 = 40 \frac{m}{s} \\ a = -5 \frac{m}{s^2} \end{cases} \xrightarrow{v=at+v_0} v = -5t + 40$$



t	v
0	40
8	0
5	15
10	-10

$$l = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 220 + 10 = 230 m$$

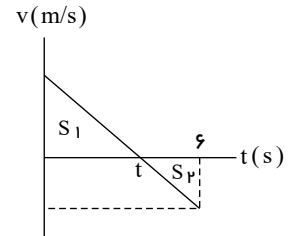
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{230}{5} \Rightarrow s_{av} = 46 \frac{m}{s}$$

(تذکر: ۵ ثانیه دوم یعنی بین دو لحظه $t_1 = 5s$ و $t_2 = 10s$)

۲۴۴ گزینه ۱ از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، بنابراین با توجه به این که حرکت متحرک با شتاب ثابت است، نوع حرکت آن ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. از طرفی چون در مبدأ زمان متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است، بنابراین نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.

$$S_1 + S_2 = \frac{10}{3} \times 6 \Rightarrow S_1 + S_2 = 20 m$$

$$S_1 - S_2 = 2 \times 6 \Rightarrow S_1 - S_2 = 12 m \Rightarrow 2S_1 = 32 \Rightarrow S_1 = 16 m \Rightarrow S_2 = 4 m$$



$$\begin{cases} |\Delta x_{(0-t)}| = \frac{1}{2}|a|t^2 \\ |\Delta x_{(t-6s)}| = \frac{1}{2}|a|(6-t)^2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} |\Delta x_{0-t}| = S_1 = 16m \\ |\Delta x_{t-6s}| = S_2 = 4m \end{matrix}}$$

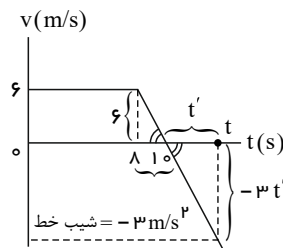
$$\frac{|\Delta x_{0-t}|}{|\Delta x_{t-6s}|} = \frac{t^2}{(6-t)^2} \Rightarrow \frac{t}{6-t} = \sqrt{\frac{16}{4}} \Rightarrow 3t = 12 \Rightarrow t = 4s$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{2}|a|t^2 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}|a| \times 4^2 \Rightarrow |a| = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$v_{t=6s} = a(6-4) \Rightarrow v_{t=6s} = -2 \times 2 = -4 \frac{m}{s}$$

۲۴۵ گزینه ۱

با توجه به شیب خط مربوط به دو لحظه $8s$ و t داریم:

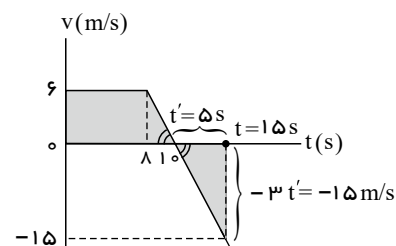


$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_{\text{مختل}} + S_{\text{دورزنقه}}}{\Delta t} \Rightarrow 6,1 = \frac{(\frac{10+8}{2}) \times 6 + \frac{t' \times 3t'}{2}}{10+t'} \Rightarrow 61 + 6,1t' = 54 + \frac{3}{2}t'^2 \Rightarrow \frac{3}{2}t'^2 - 6,1t' - 7 = 0 \Rightarrow 15t'^2 - 61t' - 70 = 0$$

$$\Rightarrow (t' - 5)(15t' + 14) = 0 \Rightarrow t' = 5s, t' = -\frac{14}{15}$$

حال داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{\text{مخت}} - S_{\text{دورزنقه}}}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{54 - 37.5}{15} \Rightarrow v_{av} = 1.1 \frac{m}{s}$$



۲۴۶ گزینه ۴

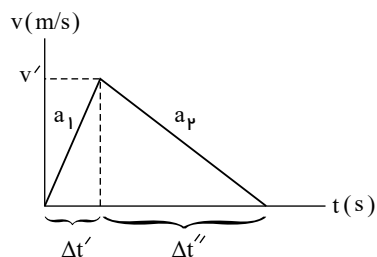
می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر شتاب لحظه‌ای است.

نمودار $(v-t)$ را از ابتدا تا انتهای حرکت رسم می‌کنیم.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ در هر بازه‌ای که شتاب ثابت است:}$$

$$\Delta t' = \frac{1}{3} \Delta t'' \quad (1) \text{ بنابراین چون: } a_1 = 3 |a_2|$$

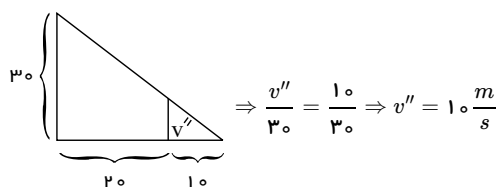
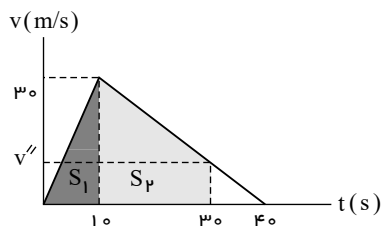
سطح زیر نمودار برابر $600m$ است:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times v' \times (\Delta t' + \Delta t'') = 600 \quad (2) \\ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v' = a_1 \Delta t' = 3 \Delta t' \quad (3) \\ \end{array} \right. \text{ در قسمت اول حرکت}$$

$$(1) \text{ و } (2) \text{ و } (3) \Rightarrow \frac{1}{2} (3 \Delta t') (4 \Delta t') = 600 \Rightarrow 6 \Delta t'^2 = 600 \Rightarrow \Delta t' = 10s \quad \begin{array}{l} v' = 30 \frac{m}{s} \\ \Delta t'' = 30s \end{array}$$



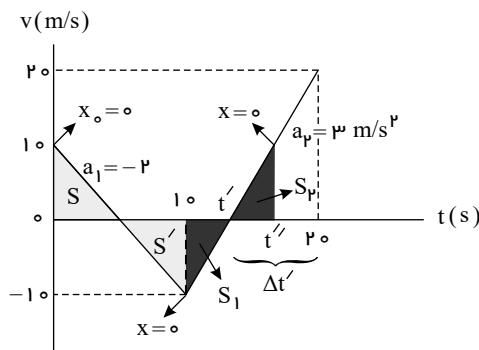
$$L = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 30 \times 10 + \frac{1}{2} \times 20 \times (10 + 30) = 150 + 400 = 550m$$

۲۴۷ گزینه ۴ ابتدا به کمک مفهوم شتاب، سرعت را در ثانیه‌های $t = 10$ و $t = 20$ می‌یابیم:

$$t = 10s \Rightarrow v = at + v_0 = (-2)(10) + 10 = -10 \frac{m}{s}$$

$$t = 20s \Rightarrow v_{(t=20s)} = at + v_{t=10s} = 3 \times 10 + (-10) = 20 \frac{m}{s}$$

نمودار $(v - t)$ را رسم می‌کنیم:



$$S = S' \Rightarrow x_{(t=1s)} - x_{(t=0)} = S - S' = 0 \Rightarrow x_{(t=1s)} = x_0 = 0$$

$S_2 = S_1$ چون مساحت مثلثی در بالای محور t است که $S_2 = S_1$ پس:

$$x_{(t=t'')} - x_{(t=1s)} = S_2 - S_1 \Rightarrow 0 = S_2 - S_1 \Rightarrow S_2 = S_1$$

چون دو مثلث مشابه و هم مساحت هستند پس باید برابر باشند. طبق مفهوم شتاب از $t = 1s$ تا $t = t'$ ، $a = 3 \frac{m}{s^2}$ یعنی در هر ثانیه سرعت $3 \frac{m}{s}$ افزایش یافته تا از $v_{t'} = 0$ به

$$v_{t'-2s} = 20 \frac{m}{s} \text{ برسد.}$$

تغییرات سرعت زمان سپری شده

$$1s \rightarrow 3 \frac{m}{s} \Rightarrow \Delta t' = \frac{20}{3}s \Rightarrow t'' = t' + \frac{20}{3} = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}s$$

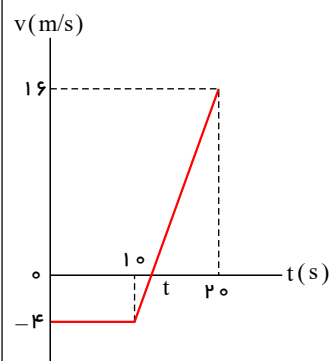
$$\Delta t' \rightarrow 20 \frac{m}{s} \text{ (} t' = 10 \text{ چرا؟ از تساوی در مثلث کمک بگیرید.)}$$

۲۴۸ گزینه ۲ می‌توانیم نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم کنیم. در بازه صفر تا ۱۰ ثانیه شتاب صفر است، پس سرعت متحرک ثابت است.

در بازه ۱۰ ثانیه تا ۲۰ ثانیه، شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ است، پس داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$2 = \frac{v - (-4)}{10} \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s}$$



برای به دست آوردن لحظه t ، از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم.

$$\frac{4}{t - 10} = \frac{16}{20 - t} \Rightarrow t = 12s$$

می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است.

$$\Delta x = \frac{-(12 + 10) \times 4}{2} + \frac{(20 - 12) \times 16}{2} = 20m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{20} = 1 \frac{m}{s}$$

برای محاسبه شتاب متوسط، داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - (-4)}{20} = 1 \frac{m}{s^2}$$

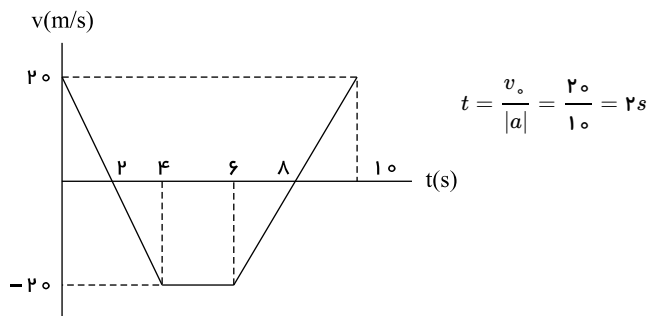
۲۴۹ گزینه ۴ ابتدا با توجه به نمودار شتاب - زمان و سرعت اولیه متحرک، نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. با توجه به این که مساحت علامت‌دار محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور

زمان برابر با تغییرات سرعت است، خواهیم داشت:

$$v_f - v_0 = 4 \times (-10) \Rightarrow v_f - 20 = -40 \Rightarrow v_f = -20 \frac{m}{s}$$

$$v_{t=10s} - v_{t=6s} = 4 \times 10 \Rightarrow v_{t=10s} - (-20) = 40 \Rightarrow v_1 = 20 \frac{m}{s}$$

لحظه توقف متحرک:



حال مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت را محاسبه می‌کنیم و از آن تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. پس مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی برابر است با:

$$d = \frac{2 \times 20}{2} + \frac{(2+6) \times 20}{2} + \frac{20 \times 2}{2} = 20 + 80 + 20 = 120m \Rightarrow s_{av} = \frac{d}{t_o} = 12 \frac{m}{s}$$

۲۵۰ گزینه ۱ سرعت در لحظه‌های $t = 2s, t = 3s, t = 4s$ و $t = 5s$ را با استفاده از مساحت زیر نمودار $a-t$ به دست می‌آوریم:

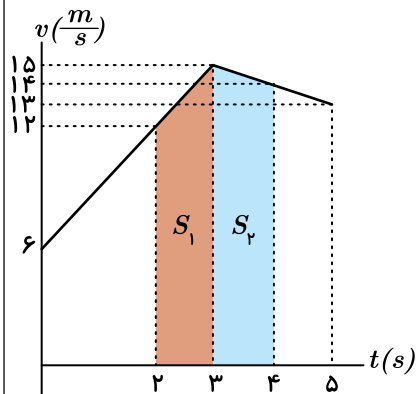
$$\begin{aligned} v_2 - v_o &= S \Rightarrow v_2 - 6 = 3 \times 2 \Rightarrow v_2 = 12 \frac{m}{s} \\ v_3 - v_2 &= S \Rightarrow v_3 - 12 = 3 \times 1 \Rightarrow v_3 = 15 \frac{m}{s} \\ v_4 - v_3 &= S \Rightarrow v_4 - 15 = -1 \Rightarrow v_4 = 14 \frac{m}{s} \\ v_5 - v_4 &= S \Rightarrow v_5 - 14 = -1 \Rightarrow v_5 = 13 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

حال با استفاده از مساحت زیر نمودار $v-t$ ، جابه‌جایی در دو ثانیه دوم را حساب می‌کنیم:

$$S_1 = \frac{12+15}{2} \times 1 = 13.5, \quad S_2 = \frac{15+14}{2} \times 1 = 14.5$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = 13.5 + 14.5 = 28m$$

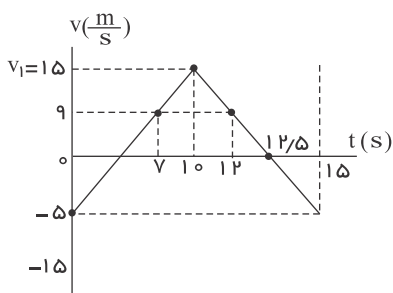
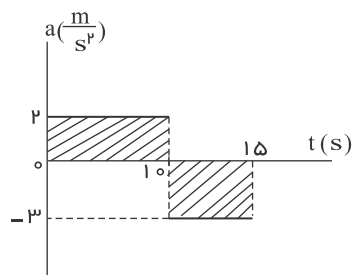
سرعت متوسط برابر است با:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{28}{2} = 14 \frac{m}{s}$$

۲۵۱ گزینه ۳

در ابتدا از روی نمودار $a - t$ داده شده نمودار $v - t$ را رسم کرده، سپس با تعیین جابه‌جایی (سطح محصور بین نمودار $v - t$ و محور زمان)، سرعت متوسط را می‌یابیم. قبل از هر چیزی داریم:



در سه ثانیه اول

$$V = at + v_0 \rightarrow 1 = 2 \times 3 + v_0 \rightarrow v_0 = -5 \frac{m}{s}$$

$$\Delta V_1 = 20 = v_1 - v_0 = v_1 - (-5) \rightarrow v_1 = 15 \frac{m}{s}$$

$$\Delta V_2 = -30 = v_2 - v_1 = v_2 - (15) \rightarrow v_2 = -15 \frac{m}{s}$$

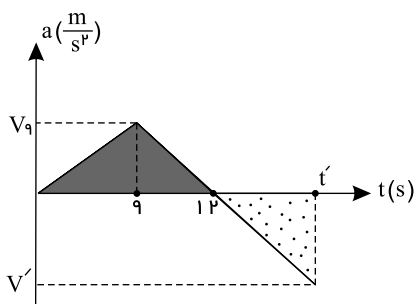
$$t_1 = 1s : v = at + v_0 \rightarrow v = 2 \times 1 - 5 \rightarrow v = -3 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 2s : v' = at' + v'_0 \rightarrow v' = -3 \times 2 + 15 \rightarrow v' = 9 \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = S_{\text{خیزش}} = \frac{15+9}{2} \times 1 = 12m \\ \Delta x_2 = S'_{\text{خیزش}} = \frac{15+9}{2} \times 1 = 12m \end{cases} \rightarrow \Delta y_{\text{کل}} = 12 + 12 = 24m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{2} \rightarrow v_{av} = 12 \frac{m}{s}$$

۲۵۲ گزینه ۴ چون از لحظه $t = 0$ تا t' شتاب متوسط برای متحرک A برابر صفر است، در نتیجه Δv صفر خواهد بود. در این حالت مساحت‌های ایجاد شده باید هم‌اندازه باشند. ابتدا با قراردادن شیب نمودار از لحظه 9 تا 12 و از لحظه 12 تا $t = 12$ و از لحظه t' خواهیم داشت:



$$\frac{0 - v_9}{12 - 9} = \frac{v' - 0}{t' - 12} \Rightarrow v' = \frac{-v_9(t' - 12)}{3}$$

$$A_1 = |A_2| \rightarrow \frac{12 \times v_9}{2} = \frac{(t' - 12)(v_9)(t' - 12)}{2 \times 3} \Rightarrow t' = 18$$

متحرک B طبق نمودار از $t = 0$ تا $t = 2s$ دارای شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ است.

در نتیجه شتاب متوسط نیز در این بازه زمانی $2 \frac{m}{s^2}$ است.

۲۵۳ گزینه ۲ با توجه به این‌که در سه ثانیه اول حرکت، شتاب ثابت و برابر $2m/s^2$ می‌باشد، داریم:

$$0 \leq t \leq 3 : x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

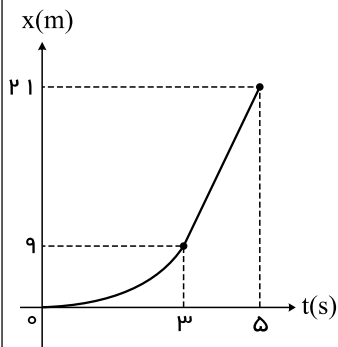
فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 \rightarrow \boxed{x = t^2} \xrightarrow{t=3s} \boxed{x = 9m}$$

از لحظه $t = 3(s)$ به بعد شتاب حرکت صفر شده و در نتیجه حرکت با سرعت ثابت خواهد بود که برای $t \geq 0$ داریم:

$$t \geq 3 \Rightarrow v = v_{t=3} = at = 2 \times 3 \rightarrow \boxed{v = 6(m/s)}$$

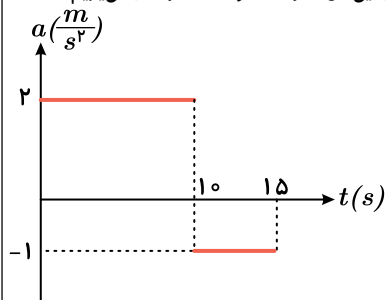
پس از لحظه $3(s)$ به بعد نمودار مکان - زمان خط راستی با شیب ۶ خواهد بود و داریم:



$$\Delta x_2 = v \cdot \Delta t = 6 \times 2 = 12m$$

$$x_{t=5} = 9 + 12 = 21m$$

۲۵۴ گزینه ۳ با استفاده از معادله حرکت، جابه‌جایی متحرک در هر مرحله (۱۰ ثانیه اول و پنج ثانیه بعد از آن) را محاسبه کرده و با تعیین جابه‌جایی کل، سرعت متوسط متحرک را می‌یابیم:



$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 + 0 \times 10 = 100m$$

سرعت در ابتدای حرکت در مرحله دوم، با سرعت در انتهای مرحله اول یعنی $t = 10s$ برابر است. یعنی $v_{10s} = v_0' = 2 \times 10 = 20 \frac{m}{s}$ بنابراین داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-1) \times 5^2 + 20 \times 5 = 87.5m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 + 87.5}{10 + 5} = \frac{187.5}{15} \rightarrow v_{av} = 12.5 \frac{m}{s}$$

۲۵۵ گزینه ۳ از رابطه سرعت - زمان در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت برای مرحله اول حرکت داریم:

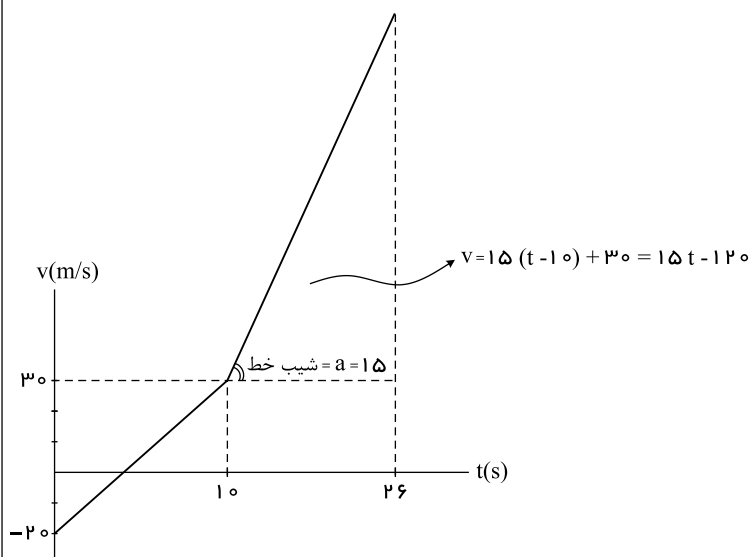
$$\begin{cases} t' = 0 \\ v_{t'} = -20 \\ v = a(t - t') + v_{t'} = 5 \times (10 - 0) + (-20) = +30 \text{ m/s} \end{cases}$$

و برای مرحله دوم حرکت:

$$\begin{cases} v = a(t - t'') + v_{t''} = 5(t - 10) + 30 = 5t - 20 \\ t'' = 10 \\ v_{t''} = 30 \text{ m/s} \end{cases}$$

و گزینه ۳ پاسخ درست است. (با رسم نمودار سرعت زمان درک مسئله راحت‌تر می‌شود. سعی کنید نمودار سرعت زمان را رسم کنید.)

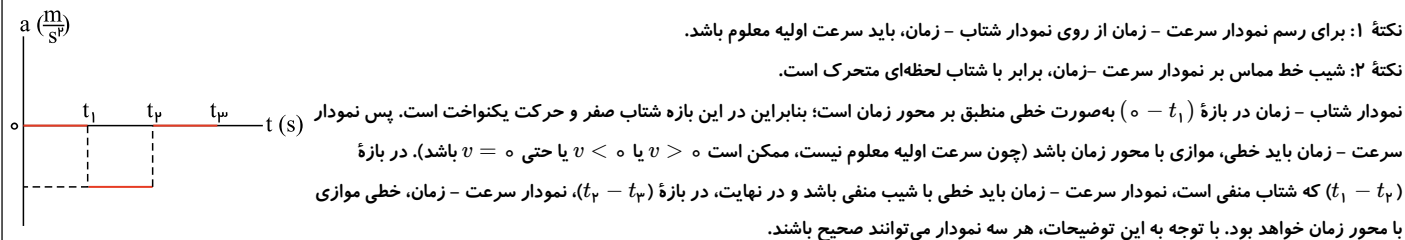
فیزیک دوازدهم فصل یک



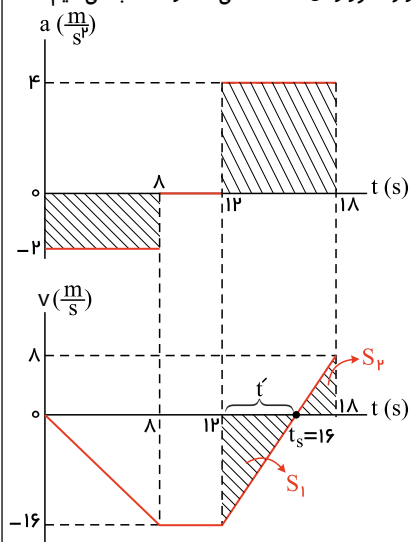
گزینه ۳ ۲۵۶

نکته ۱: برای رسم نمودار سرعت - زمان از روی نمودار شتاب - زمان، باید سرعت اولیه معلوم باشد.

نکته ۲: شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، برابر با شتاب لحظه‌ای متحرک است.



گزینه ۲ در ابتدا از روی نمودار شتاب - زمان داده شده، نمودار سرعت - زمان را رسم کرده و سپس با محاسبه سطح محصور بین نمودار و محور زمان، مسافت طی شده را محاسبه می‌کنیم:



در $t = 10$ ثانیه اول:

$$a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v = -2 \times 10 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v_0 = 0 \frac{m}{s}$$

در بازه $t = 10s$ تا $t = 18s$:

$$a = 0 \rightarrow v = -20 \frac{m}{s} \text{ ثابت}$$

در بازه $t = 18s$ تا $t = 20s$:

$$v' = a't' + v'_0$$

$$v'_0 = -20 \frac{m}{s}$$

$$a' = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v' = 2t' - 20$$

$$v' = 0 \rightarrow t' = 10$$

$$t = 18 + 10 = 28s$$

در بازه $t = 28s$ تا $t = 30s$ ، لحظه توقف را می‌یابیم:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$v = at' + v_0 \rightarrow 0 = 4t' - 16 \rightarrow t' = 4s$$

$$ts = 12 + t' = 16s$$

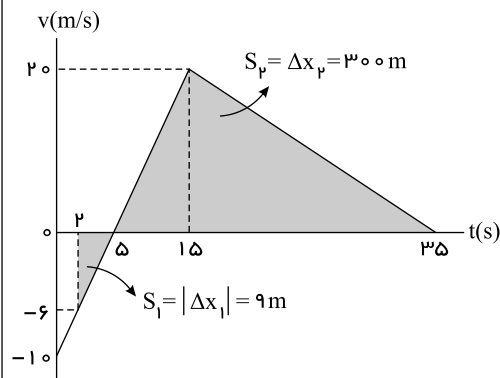
حال در ۶ ثانیه سوم (۱۸s - ۱۲s)، به کمک سطح زیر نمودار $v - t$ ، مسافت طی شده را می‌یابیم:

$$d_v = S_1 + S_v = \frac{16 \times 4}{2} + \frac{2 \times 8}{2} \rightarrow \ell = 40m$$

۲۵۸ گزینه ۱

یکی از راه‌های حل این سؤال استفاده از نمودار سرعت - زمان است. برای رسم نمودار، در ابتدا سرعت اولیه متحرک را

محاسبه می‌کنیم. در ۱۵ ثانیه اول، شتاب حرکت متحرک $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ است، بنابراین داریم:



$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=2s]{v=-6 \frac{m}{s}} -6 = 2 \times 2 + v_0 \rightarrow v_0 = -10 \frac{m}{s}$$

حال سرعت متحرک در لحظه $t = 15s$ (لحظه‌ای که شتاب تغییر می‌کند) را محاسبه می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=15s]{t=15s} v = 2 \times 15 - 10 \rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

حال نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. در ادامه مساحت محصور بین نمودار و محور زمان را می‌یابیم تا جابه‌جایی متحرک از لحظه $t = 2s$ تا $t = 35s$ را تعیین کنیم.

$$S_1 = |\Delta x_1| = 9m, \quad S_v = \Delta x_v = 300m$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_v = -9 + 300 = 291m$$

$$\Delta x = x_v - x_1 \rightarrow 291 = x_v - (-16) \rightarrow x_v = 275m \rightarrow \vec{x} = 275\vec{i}$$

۲۵۹ گزینه ۱ می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار $a - t$ و محور زمان با تغییر سرعت متحرک برابر است، بنابراین داریم:

$$\Delta v_{\text{کل}} = S$$

$$\Delta v_{\text{کل}} = 2 \times 12 + -2.5 \times (20 - 12)$$

$$\Delta v_{\text{کل}} = 24 - 20 = 4$$

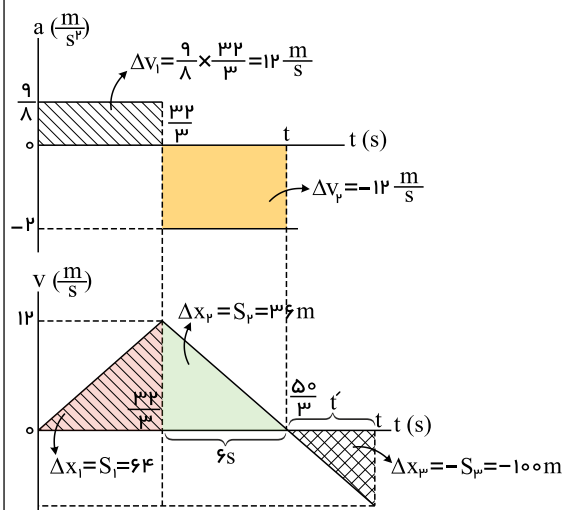
$$\Delta v_{\text{کل}} = v_f - v_0 \Rightarrow 4 = 0 - v_0 \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s} \rightarrow s_0 = 4 \frac{m}{s}$$

۲۶۰ گزینه ۲ می‌دانیم، در صورتی سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود که جابه‌جایی متحرک برابر صفر شود. به همین دلیل نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم و با توجه به اینکه سطح

محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، t را محاسبه می‌کنیم.

سطح محصور بین نمودار $a - t$ و محور زمان با تغییر سرعت متحرک برابر است.

فیزیک دوازدهم فصل یک



$$\Delta v_2 = -12 \frac{m}{s} \rightarrow -12(t - \frac{12}{5}) = -12 \rightarrow t = \frac{50}{3} s$$

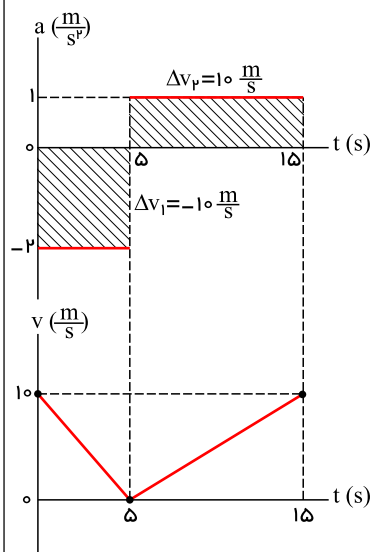
با توجه به نمودار سرعت - زمانی که از روی نمودار شتاب - زمان رسم کرده‌ایم، باید سطح زیر نمودار در مدتی که $v < 0$ است، با سطح زیر نمودار در مدتی که $v > 0$ است، هم اندازه باشد (تا جابه‌جایی کل صفر نشود). حال با توجه به تشابه دو مثلث S_3 و S_2 داریم:

$$\frac{S_3}{S_2} = (\frac{t'}{6})^2 \Rightarrow \frac{100}{36} = (\frac{t'}{6})^2 \Rightarrow t' = 10 s$$

در آخر داریم:

$$t = \frac{50}{3} + t' \xrightarrow{t' = 10 s} t = \frac{80}{3} s$$

۲۶۱ گزینه ۲ اگر نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنیم، داریم:



با توجه به نمودار سرعت - زمان، متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، پس جهت بردار سرعت آن تغییر نمی‌کند. (رد عبارت الف)
و از آنجا که متحرک در امتداد خط راست (محور x) حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت و جابه‌جایی طی‌شده، هم‌اندازه هستند (درستی عبارت «ب»)
و با توجه به شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{15} \Rightarrow a_{av} = 0$$

درستی عبارت «پ»

از طرفی متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، پس سرعت متوسطش صفر نمی‌شود. (رد عبارت «ت»)
در نتیجه عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

۲۶۲ گزینه ۴

وقتی سؤالی در مورد تحلیل حرکت متحرک مطرح می‌شود، یکی از بهترین راه‌حل‌ها، رسم نمودار سرعت - زمان است تا با استفاده از آن بتوان حرکت را تحلیل کرد. پس در اینجا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.

با توجه به نمودار، هر گزینه را بررسی می‌کنیم:

(۱) در مدتی که حرکت تندشونده است، شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند؛ در اینجا:

$$\begin{cases} \Delta t_1 = (5 - 2,5) = 2,5s \\ \Delta t_2 = (25 - 17,5) = 7,5s \Rightarrow \Delta t = 12,5s \\ \Delta t_3 = (40 - 37,5) = 2,5s \end{cases}$$

(۲) جابه‌جایی متحرک برابر است با سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان؛ در اینجا:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{-2,5 \times 5}{2} = -6,25m \\ \Delta x_2 = \frac{15 + 10}{2} \times 5 = 62,5m \\ \Delta x_3 = -\frac{20 + 5}{2} \times 15 = -187,5 \\ \Delta x_4 = \frac{2,5 \times 5}{2} = 6,25 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = -125m \Rightarrow |\Delta x| = 125m$$

(۳) هنگامی که متحرک در جهت محور حرکت کرده، $v > 0$ است؛ یعنی:

$$\begin{cases} \Delta t_1 = 17,5 - 2,5 = 15s \\ \Delta t_2 = 40 - 37,5 = 2,5s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = 17,5s$$

(۴) مسافت طی‌شده برابر است با:

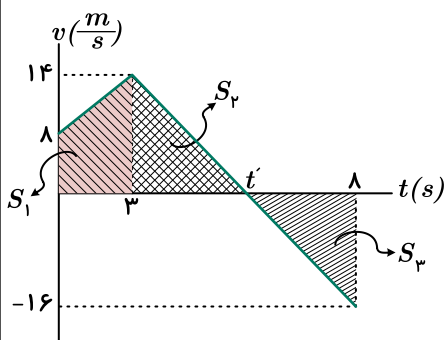
$$l = |-6,25| + 62,5 + |-187,5| + 6,25 \Rightarrow l = 262,5m$$

۲۶۳ گزینه ۴ سطح زیر نمودار $a - t$ برابر با تغییرات سرعت است؛ بنابراین ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} t = 3s \rightarrow v = 8 + 2 \times 3 = 14 \frac{m}{s} \\ t = 8s \rightarrow v = 14 + (8 - 3) \times (-6) = -16 \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم:

$$\frac{16}{14} = \frac{8 - t'}{t' - 3} \Rightarrow t' = \frac{16}{3}s$$



مسافت پیموده شده، برابر با مجموع اندازه جابه‌جایی‌های متحرک (یعنی سطح زیر نمودار) است.

$$l = S_1 + S_2 + S_3 \rightarrow l = \frac{(8 + 14) \times 3}{2} + \frac{(\frac{16}{3} - 3) \times 14}{2} + \frac{(8 - \frac{16}{3}) \times (16)}{2} = \frac{212}{3}m$$

تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{212}{3}}{8} = \frac{53}{6} \frac{m}{s}$$

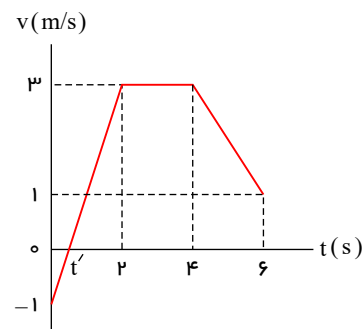
۲۶۴ گزینه ۳ با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$0 \leq t \leq 2s : v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 2 \times 2 + (-1) \Rightarrow v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$2 \leq t \leq 4s : a_1 = 0 \Rightarrow v_1 = v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$4 \leq t \leq 6s : v_1 = a_1 t_1 + v_1 = (-1) \times 2 + 3 \Rightarrow v_1 = 1 \frac{m}{s}$$



حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم:

$$\frac{1}{t'} = \frac{3}{2 - t'} \Rightarrow t' = 0.5s$$

زمانی حرکت متحرک تندشونده است که تندى آن در حال افزایش باشد و تندى متحرک زمانی در حال افزایش است که نمودار سرعت - زمان آن از محور زمان در حال دور شدن باشد. بنابراین طبق نمودار در بازه زمانی $0.5s$ تا $2s$ یعنی به مدت $1.5s$ حرکت متحرک به صورت تندشونده است.

۲۶۵ گزینه ۱ ابتدا جابه‌جایی متحرک را در مدت $2.0s$ محاسبه می‌کنیم. در 1.0 ثانیه ابتدایی حرکت، داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1.0^2 + 0 \times 1.0 \Rightarrow \Delta x_1 = 0.5m$$

سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 1.0s$ برابر است با:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 1 \times 1.0 + 0 \Rightarrow v_1 = 1.0 \frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $1.0s$ تا $2.0s$ برابر است با:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 1.0^2 + 1.0 \times 1.0 \Rightarrow \Delta x_2 = 0$$

بنابراین:

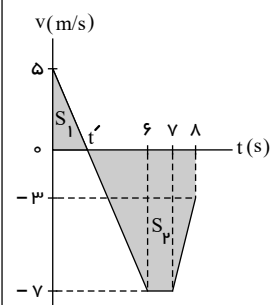
$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{t_2} = \frac{0.5 + 0}{2.0} \Rightarrow v_{av} = 0.25 \frac{m}{s}$$

۲۶۶ گزینه ۱ برای محاسبه تندى متوسط، ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم نموده و سپس به کمک آن، مسافت پیموده شده را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$0 \leq t \leq 2s \Rightarrow v_1 = a_1 t_1 + v_0 = -2 \times 2 + 5 \Rightarrow v_1 = -1 \frac{m}{s}$$

$$2s \leq t < 4s \Rightarrow a_2 = 0 \Rightarrow v_2 = v_1 = -1 \frac{m}{s}$$

$$4s \leq t < 6s \Rightarrow v_3 = a_3 t_3 + v_2 = 2 \times 1 - 1 \Rightarrow v_3 = 1 \frac{m}{s}$$



در لحظه t' علامت سرعت عوض می‌شود، در نتیجه متحرک تغییر جهت می‌دهد. با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{5}{t'} = \frac{1}{6 - t'} \Rightarrow t' = 2.5s$$

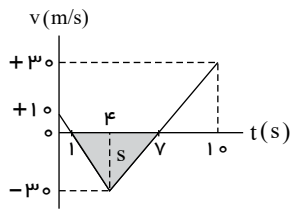
مسافت طی شده توسط متحرک برابر با مجموع اندازه جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $2.5s$ و $2.5s$ تا $6s$ است. داریم:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = \frac{5 \times 2.5}{2} + \left[\frac{(4.5 + 1) \times 1}{2} + \frac{(1 + 1) \times 1}{2} \right] \Rightarrow \ell = 6.25 + 1.25 + 1 = 8.5m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{8.5}{6} = 1.42 \frac{m}{s}$$

۲۶۷ گزینه ۳ ابتدا از روی نمودار شتاب - زمان داده شده، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

فیزیک دوازدهم فصل یک



مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان در این بازه زمانی برابر با تغییرات سرعت متحرک است.

$$t_1 = 4s \text{ در بازه زمانی صفر تا } \Delta v = -10 \times 4 = -40 \frac{m}{s}$$

$$t_1 = 4s \text{ سرعت در لحظه } v_1 = v_0 + \Delta v \xrightarrow{v_0 = 10 \frac{m}{s}} v_1 = 10 - 40 = -30 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 10s \text{ تا } t_1 = 4s \text{ در بازه زمانی } \Delta v' = 10 \times (10 - 4) = 60 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 10s \text{ سرعت در لحظه } v_2 = v_1 + \Delta v' \xrightarrow{v_1 = -30 \frac{m}{s}, \Delta v' = 60 \frac{m}{s}} v_2 = -30 + 60 = 30 \frac{m}{s}$$

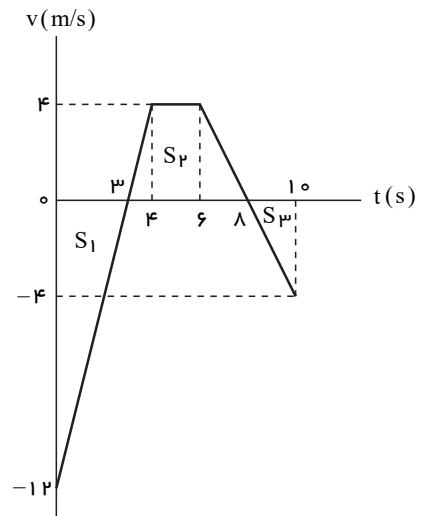
سپس به کمک تشابه مثلث، نقاط برخورد نمودار سرعت - زمان متحرک با محور زمان را پیدا می‌کنیم. در بازه زمانی $t' = 1s$ تا $t'' = 7s$ ، نمودار زمانی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است. بنابراین ابتدا جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $t' = 1s$ تا $t'' = 7s$ را به دست می‌آوریم و سپس از طریق رابطه زیر، سرعت متوسط متحرک را در این بازه زمانی پیدا می‌کنیم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{(7-1) \times 30}{6} = 15 \frac{m}{s}$$

۲۶۸ گزینه ۱ با توجه به نمودار شتاب - زمان و سرعت اولیه متحرک نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم.

$$l = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{12 \times 3}{2} + \frac{(5+2) \times 4}{2} + \frac{4 \times 2}{2} = 18 + 14 + 4 = 36m$$



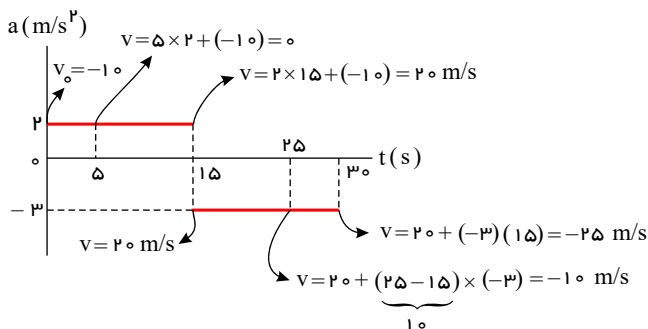
با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{36}{10} = \frac{18}{5} \frac{m}{s}$$

۲۶۹ گزینه ۱

روش اول: کافی است از مفهوم شتاب در هر بازه زمانی استفاده کرده، سرعت متحرک را در لحظات

$t = 5s$ و $t = 25s$ و $t = 30s$ می‌یابیم:



$$\Delta x = \left(\frac{0 + (-10)}{2} \right) (5) = -25m \rightarrow |\Delta x| = 25m$$

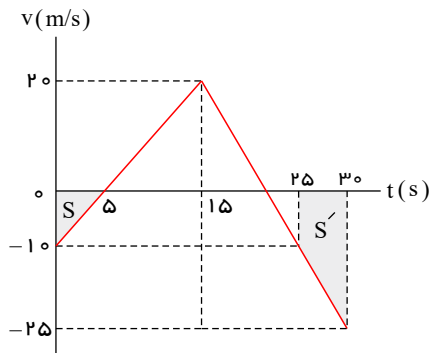
فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\underbrace{۳۰s \text{ تا } ۲۵s}_{\text{۵ ثانیه ششم}} \Rightarrow \Delta x' = \left(\frac{-۲۵ + (-۱۰)}{۲} \right)(\Delta) = \frac{-۳۵ \times ۵}{۲} = -۸۷,۵m \Rightarrow |\Delta x'| = ۸۷,۵m \Rightarrow \left| \frac{\Delta x'}{\Delta x} \right| = \frac{۸۷,۵}{۲۵} = ۳,۵$$

توجه: دقت کنیم در بازه زمانی داده شده شتاب ثابت بوده است. (در هر بازه زمانی جداگانه)

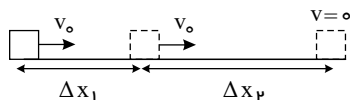
روش دوم: کافی است نمودار $(v - t)$ را رسم کنیم:

v را در لحظات $t = ۵s$ و $t = ۲۵s$ و $t = ۳۰s$ مشخص می‌کنیم و به کمک سطح زیر نمودار، جابه‌جایی در هر مرحله را محاسبه می‌کنیم.



$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = ۰ - S = -\frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۵ = -۲۵m \\ \Delta x' = ۰ - S' = -\frac{1}{2} \times ۵ \times (۱۰ + ۲۵) = -۸۷,۵m \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{\Delta x'}{\Delta x} \right| = \frac{۸۷,۵}{۲۵} = ۳,۵$$

۲۷۰ گزینه ۲ مطابق شکل زیر، ابتدا باید مسافت طی شده توسط خودرو را تعیین کنیم. این مسافت شامل دو بخش، یکی بخش حرکت یکنواخت و دیگری حرکت شتاب‌دار می‌باشد.



$$v_0 = ۷۲ \frac{km}{h} = ۲۰ \frac{m}{s}$$

مسافتی که خودرو با سرعت ثابت طی می‌کند:

$$\Delta x_1 = v_0 t = ۲۰ \times ۰,۵ = ۱۰m$$

اکنون خط ترمز اتومبیل را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + ۲a \cdot \Delta x_2 \Rightarrow ۰ = ۴۰۰ + ۲(-۵)\Delta x_2 = ۴۰m$$

بنابراین کل جابه‌جایی اتومبیل از لحظه دیده شدن مانع تا توقف کامل برابر است با:

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 = ۱۰ + ۴۰ = ۵۰m$$

چون $\Delta x_T > ۴۵m$ می‌باشد، بنابراین اتومبیل به مانع برخورد می‌کند.

۲۷۱ گزینه ۴ برای تعیین این که آیا راننده به مانع برخورد می‌کند یا خیر، می‌توانیم مسافت مورد نیاز خودرو جهت توقف کامل را به دست آوریم و با فاصله اولیه خودرو تا مانع مقایسه نماییم:

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= ۷۲ \frac{km}{h} = \frac{۷۲}{۳,۶} \frac{m}{s} = ۲۰ \frac{m}{s} \\ v &= ۰ \\ a &= -۴ \frac{m}{s^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۴۰۰ = ۲ \times (-۴)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۵۰m > ۴۲m$$

بنابراین خودرو به مانع برخورد خواهد کرد. اکنون می‌توانیم با استفاده مجدد از معادله مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت تندی خودرو هنگام برخورد به مانع (پس از طی مسافت $۴۲m$) را به دست آوریم:

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= ۷۲ \frac{km}{h} = ۲۰ \frac{m}{s} \\ a &= -۴ \frac{m}{s^2} \\ \Delta x &= ۴۲m \end{aligned} \right\} \Rightarrow v'^2 - v_0^2 = ۲a\Delta x \Rightarrow v'^2 - ۴۰۰ = ۲ \times (-۴) \times ۴۲ \Rightarrow v'^2 = ۶۴ \Rightarrow v' = ۸ \frac{m}{s}$$

۲۷۲ گزینه ۴ مسافت توقف برابر است با (دقت کنید که سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد):

$$d = v_0(\Delta t)_{\text{واکنش}} + \frac{v_0^2}{۲|a|} = ۳۰ \times ۰,۵ + \frac{۳۰^2}{۲ \times ۵} = ۱۰۵(m)$$

پس اتومبیل در فاصله ۱۵ متری مانع خواهد ایستاد. زیرا:

فیزیک دوازدهم فصل یک

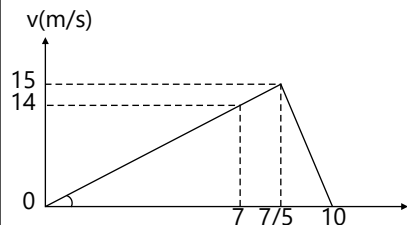
$$120 - 105 = 15m$$

توجه:

$$108 \frac{km}{h} \div 3.6 = 30 \frac{m}{s}$$

و گزینه ۴، پاسخ درست است.

۲۷۳ گزینه ۳



شاید ساده‌ترین راه، رسم نمودار سرعت - زمان این حرکت باشد که با پیدا کردن سطح محصور بین نمودار و محور زمان، می‌توان فاصله AB را پیدا کرد. دقت کنید، زمان واکنش مدت زمانی که طول می‌کشد (تصمیم می‌گیرد) تا حرکت کندشونده‌اش را آغاز کند تا لحظه‌ای که حرکت کندشونده‌اش آغاز می‌شود. در این مدت، هنوز اتومبیل با همان شتاب اولیه‌اش به حرکت خود ادامه می‌دهد. یعنی:

$$\text{شیب خط} = \frac{V_1 - V_0}{t - t_0} = \frac{V_1 - 0}{t - 0} \rightarrow V_1 = 14 \frac{m}{s}$$

$$V_f - V_0 = a_1 \cdot \Delta t \rightarrow V_f - 0 = 2 \times 7.5 \rightarrow V_f = 15 \frac{m}{s}$$

از آنجا به بعد داریم:

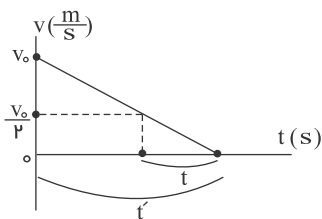
$$V_f - V_f = a_f \times \Delta t' \rightarrow 0 - 15 = -6 \times \Delta t' \rightarrow \Delta t' = 2.5s$$

پس زمان کل 10 ثانیه است. ($t_{\text{کل}} = 7.5 + 2.5 = 10$)

$$AB = S_{v-t} = \frac{10 \times 15}{2} \rightarrow AB = 75m$$

۲۷۴ گزینه ۲

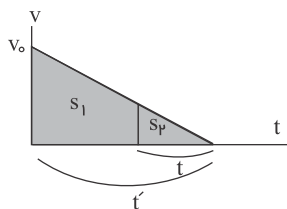
اگر نمودار سرعت - زمان متحرک را از لحظه ترمز (شروع حرکت کندشونده) تا توقف رسم کنیم، داریم:



با توجه به تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{t'}{t} = \frac{v_0}{\frac{v_0}{2}} = 2$$

از طرفی می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه، معادل مجذور نسبت تشابه به آن‌هاست یعنی:



$$\frac{(S_2 + S_1)}{S_1} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 = 2^2 = 4$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$S_2 = \Delta x = 150m \xrightarrow{S_2 = 3S_1} 150 = 3\Delta x' = 50m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 150 + 50 \rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 200m$$

۲۷۵ گزینه ۲ از آنجا که زمان حرکت معلوم نیست، از معادله سرعت - جابجایی کمک می‌گیریم. یک بار این معادله را بین دو نقطه A و B و بار دیگر بین دو نقطه A و C می‌نویسیم. (چون سرعت در A معلوم است، در هر دو معادله از این نقطه استفاده می‌کنیم.)

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$v_B^r - v_o^r = 2a\Delta x \rightarrow \begin{cases} AB: v_B^r - v_A^r = 2a\Delta x \xrightarrow{v_A = 8 \frac{m}{s}} v_B^r - 64 = 2a(AB) \\ AC: v_C^r - v_A^r = 2a\Delta x \xrightarrow{v_A = 8 \frac{m}{s}, v_C = 0} 0 - 64 = 2a(AC) \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم رابطه‌ها به هم}}$$

$$\frac{v_B^r - 64}{-64} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{BC = \frac{9}{5}AB, AC = AB + BC} \frac{AB}{AB + \frac{9}{5}AB} = \frac{AB}{\frac{14}{5}AB} = \frac{v_B^r - 64}{-64} \Rightarrow v_B = 6 \frac{m}{s}$$

۲۷۶ گزینه ۳ چون حرکت کندشونده است، سرعت و شتاب متحرک هم‌علامت نیستند؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^r + v_o t \xrightarrow{a = -2 \frac{m}{s^2}, v_o = 20 \frac{m}{s}} 19 = \frac{1}{2}(-2)t^r + 20t \rightarrow t^r - 20t + 19 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1s \\ t = 19s \end{cases}$$

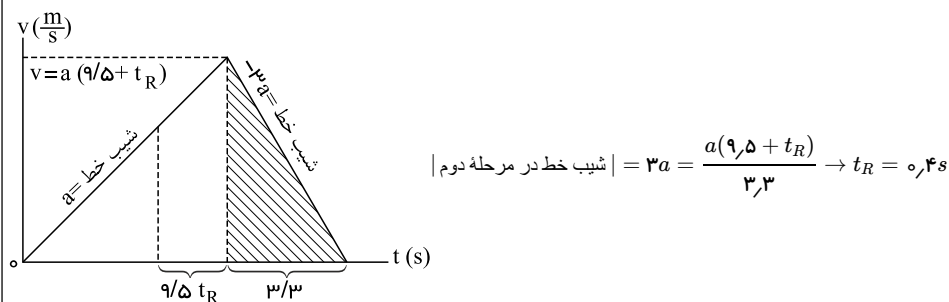
بدیهی است که $t = 19s$ غیر قابل قبول است، چون بعد از لحظه توقف متحرک است.

$$(t_s = \left| \frac{v_o}{a} \right| = \frac{20}{2} = 10s \xrightarrow{t = 19s > t_s} t = 19s \text{ غلط})$$

۲۷۷ گزینه ۳ نکته: وقتی حرکت در چند مرحله پشت سر هم مورد بررسی قرار می‌گیرد، یکی از ساده‌ترین روش‌های حل، استفاده از نمودار سرعت - زمان است.

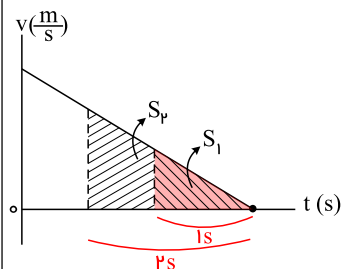
نمودار سرعت - زمان حرکت متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مدت زمان تأخیر در واکنش راننده را t_R بنامیم، در این مدت هنوز اتومبیل با شتاب a در حرکت بوده است؛ یعنی داریم:

در مرحله کندشونده:



۲۷۸ گزینه ۲

اگر نمودار سرعت - زمان این متحرک را از لحظه شروع حرکت کندشونده تا توقف رسم کنیم، داریم:



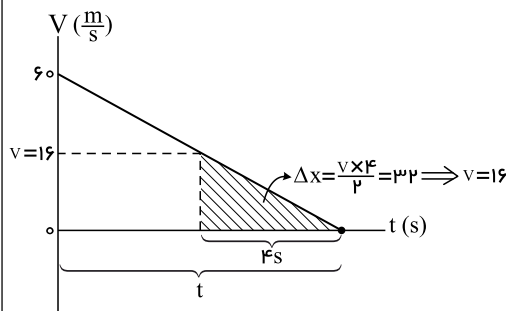
با استفاده از رابطه تشابه مثلث‌ها، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_2 = 3S_1$$

بنابراین با توجه به اینکه، متحرک در دو ثانیه آخر $12m$ را پیموده، داریم:

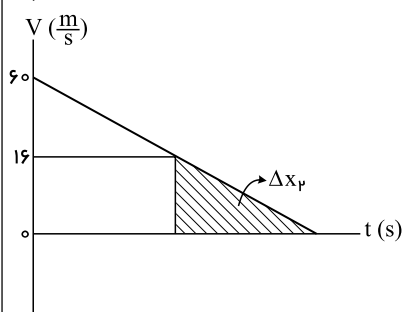
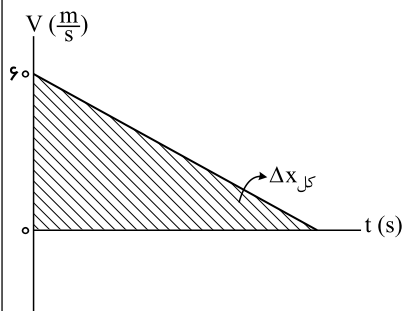
$$S_1 + S_2 = 4S_1 = 12m \rightarrow S_1 = 3m \Rightarrow \text{مسافت پیموده‌شده در ثانیه آخر} = S_1 = 3m$$

با رسم نمودار سرعت - زمان داریم:



حال با توجه به اینکه نسبت مساحت‌های مثلث‌های متشابه با مجذور نسبت تشابه آنها برابر است، داریم:

$$\frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta x_p} = \left(\frac{60}{16}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{32} = \left(\frac{60}{16}\right)^2 \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 450 \text{ m}$$



۲۸۰ گزینه ۳ ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت کامیون را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0 = \left(\frac{72}{3.6}\right)^2 + 2a \times 50 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی کامیون در یک ثانیه ابتدایی بعد از ترمز برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times (-4) \times 1^2 + 20 \times 1 \Rightarrow \Delta x_1 = 18 \text{ m}$$

برای محاسبه جابه‌جایی در یک ثانیه انتهایی حرکت قبل از توقف، می‌توان حرکت را معکوس در نظر گرفت. به‌این صورت که فرض کنیم کامیون از حال سکون و با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم

شروع به حرکت کرده است و جابه‌جایی آن در یک ثانیه ابتدایی حرکتش برابر است با:

$$|\Delta x_p| = \frac{1}{2}|a|t^2 + v'_0 t = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_p = 2 \text{ m}$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_p} = \frac{18}{2} = 9$$

۲۸۱ گزینه ۱ هرگاه متحرک در طی مسیر، نوع حرکت خود را تغییر دهد، بهترین روش برای حل مسأله استفاده از نمودار سرعت - زمان است. متحرک از حال سکون با شتاب $5 \frac{m}{s^2}$ حرکت خود

را آغاز کرده، پس از ۳ ثانیه سرعت آن به $15 \frac{m}{s}$ می‌رسد.

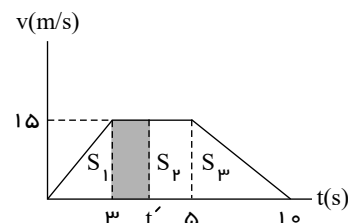
از زمان $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 5 \text{ s}$ به مدت 2 s با همین سرعت $15 \frac{m}{s}$ به حرکت خود ادامه داده است. سپس با شتاب ثابت $-3 \frac{m}{s^2}$ ترمز گرفته و پس از

۵ ثانیه متوقف شده است. $\xrightarrow[v'_0 = 15 \frac{m}{s}]{v=0, a' = -3 \frac{m}{s^2}} t = 5 \text{ s}$ (کافی است مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان را $v = a't + v'_0$ جابه‌جایی متحرک در کل این مدت برابر است با:)

بیابید.)

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\Delta x_{0-10s} = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{15 \times 3}{2} + 15 \times 2 + \frac{15 \times 5}{2} = 22.5 + 30 + 37.5 = 90m$$



حال باید زمانی که متحرک $45m$ طی کرده است را بیابیم با توجه به این که $S_1 = 22.5m$ و $S_2 = 30m$ است پس در لحظه‌ای بین $t = 3s$ و $t = 5s$ متحرک $45m$ طی کرده است یعنی باید قسمت هاشور خورده $22.5m$ شود پس:

$$22.5 = 15(t' - 3) \Rightarrow t' = 4.5s \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{45}{4.5} = 10 \frac{m}{s}$$

۲۸۲ گزینه ۲ با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت می‌توانیم جابه‌جایی خودرو از لحظه ترمز تا لحظه توقف ($v = 0$) را به دست آوریم.

$$v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x \xrightarrow{a=-2.5 \frac{m}{s^2}} 0 = 15^2 + 2(-2.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{15 \times 15}{5} = 45m$$

چون از لحظه ترمز گرفتن فاصله مانع تا خودرو $40m$ است، پس اتومبیل قبل از توقف، به مانع برخورد می‌کند. اگر دوباره از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده کنیم، سرعت خودرو را پس از $40m$ یعنی در لحظه برخورد با مانع به دست می‌آوریم:

$$v^2 = 15^2 + 2(-2.5) \times 40 \Rightarrow v^2 = 225 - 200 = 25 \Rightarrow |v| = 5 \frac{m}{s}$$

پس خودرو با تندی $5 \frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

۲۸۳ گزینه ۴ روش اول: با استفاده از معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o \xrightarrow{a=4 \frac{m}{s^2}, v_o=20 \frac{m}{s}} x = 2t^2 + 20t + x_o$$

دو ثانیه آخر حرکت یعنی بازه زمانی بین لحظه‌های $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 10s$ ، بنابراین می‌توان نوشت:

$$t_1 = 8s \Rightarrow x_1 = 2 \times 8^2 + 20 \times 8 + x_o \Rightarrow \Delta x_1 = 288m$$

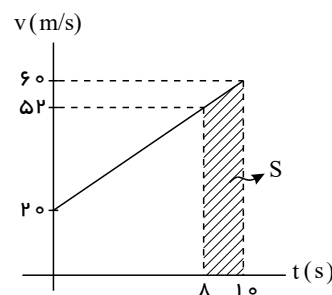
$$t_2 = 10s \Rightarrow x_2 = 2 \times 10^2 + 20 \times 10 + x_o \Rightarrow \Delta x_2 = 400m$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 = 400 - 288 = 112m$$

روش دوم: نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت-زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است. پس خواهیم داشت:

$$v = at + v_o \xrightarrow{a=4 \frac{m}{s^2}, v_o=20 \frac{m}{s}} v = 4t + 20 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 8s : v(t_1=8s) = 4 \times 8 + 20 = 52 \frac{m}{s} \\ t_2 = 10s : v(t_2=10s) = 4 \times 10 + 20 = 60 \end{cases}$$

$$S = \Delta x_{(t_1-t_2)} = \frac{(52 + 60) \times 2}{2} = 112m$$



۲۸۴ گزینه ۳ در نمودارهای «الف» و «ب» در بازه زمانی 0 تا t_1 جهت حرکت متحرک ثابت است و بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابر است. در نمودار «ب» در بازه زمانی 0 تا t_1 جهت حرکت متحرک عوض می‌شود. بنابراین مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی با یکدیگر برابر نیستند.

۲۸۵ گزینه ۱ جابه‌جایی در ثانیه اول $15m$ است:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t \xrightarrow[t=1s]{\Delta x=15m} 15 = \frac{1}{2}a \times 1^2 + v_o \times 1 \rightarrow 15 = \frac{a}{2} + v_o \quad (I)$$

سرعت متوسط از $t = 1s$ تا $t = 3s$ برابر $22.5 \frac{m}{s}$ است:

$$v = at + v_o \rightarrow \begin{cases} t = 1s \rightarrow v_1 = a + v_o \\ t = 3s \rightarrow v_2 = 3a + v_o \end{cases} \rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{a + v_o + 3a + v_o}{2}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$v_{av} = 2a + v_0$$

$$v_{av} = 22.5 = 2a + v_0 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{3}{2}a = 7.5 \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

۲۸۶ گزینه ۴ ابتدا به کمک معادله مستقل از زمان در شتاب ثابت، شتاب حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 625 - 25 = 2a \times 120 \rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

در سؤال‌هایی که در چند ثانیه آخر حرکت، می‌خواهیم کمیتی را محاسبه کنیم می‌توانیم حرکت را از آخر به اول در نظر بگیریم. در واقع حرکت از B شروع می‌شود و جابه‌جایی ۴ ثانیه اول را به دست می‌آوریم. فقط باید توجه داشته باشیم که اگر حرکت از B به A باشد کندشونده است. سرعت نقطه B را منفی و شتاب را مثبت قرار می‌دهیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_B t$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}(+2.5)16 - 25 \times 4 = -80m$$

۲۸۷ گزینه ۴ ابتدا تندی متحرک در لحظه‌ای که مسافت $\frac{9}{16}$ را طی کرده است به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{v_1 + v_2}{2} &= v_{av} \rightarrow \begin{cases} v_1 = 0 \rightarrow \frac{0 + v_2}{2} = 10 \rightarrow v_2 = 20 \\ v_{av} = 10 \end{cases} \\ v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x_1 \rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{a}{16} \rightarrow v^2 = 2 \times a \times \frac{a}{16} = \frac{a^2}{8} \rightarrow (20)^2 = \frac{a^2}{8} \quad (*) \\ v_0 = 0 \end{cases} \\ v'^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x' \rightarrow \begin{cases} \Delta x' = a \rightarrow v'^2 = 2 \times a \times a = 2a^2 \quad (**) \\ v_0 = 0 \end{cases} \\ (*), (**) &\Rightarrow \frac{20^2}{v'^2} = \frac{\frac{a^2}{8}}{2a^2} \rightarrow \frac{20}{v'} = \frac{1}{4} \rightarrow v' = 80 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

۲۸۸ گزینه ۲

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ t_1 = 1 \quad x_1 = 7 &\rightarrow \begin{cases} 7 = \frac{1}{2}a + v_0 \rightarrow v_0 = 6(\frac{m}{s}), a = 2(\frac{m}{s^2}) \\ 16 = 2a + 2v_0 \end{cases} \\ v^2 - v_0^2 &= 2a(x - x_0) \\ 64 - 36 &= 4(x) \rightarrow 4x = 28 \rightarrow x = 7(m) \end{aligned}$$

۲۸۹ گزینه ۳ از آنجا که متحرک از حال سکون با شتاب ثابت در امتداد خط راست شروع به حرکت کرده، الزاماً حرکت تندشونده دارد و مسافت طی‌شده با اندازه جابه‌جایی آن برابر است. با استفاده از رابطه سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

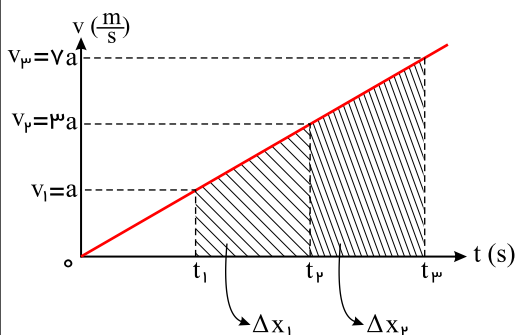
$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = at \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = a \\ t_2 = 3s \Rightarrow v_2 = 3a \\ t_3 = 5s \Rightarrow v_3 = 5a \end{cases}$$

از طرفی برای حرکت با شتاب ثابت در امتداد خط راست داریم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \begin{cases} 20 = \frac{a + 3a}{2} \times (3 - 1) \\ \Delta x = \frac{5a + 3a}{2} \times (5 - 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ \Delta x = 100m \end{cases}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

روش دوم: با استفاده از نمودار سرعت - زمان نیز می توان به صورت زیر عمل کرد:

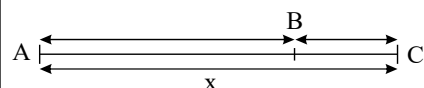


$$\Delta x_1 = 20 = \frac{3a + a}{2} \times 2 \Rightarrow a = 5$$

$$\Delta x_2 = \frac{7a + 3a}{2} \times 2 \xrightarrow{a=5} \Delta x_2 = 100m$$

۲۹۰ گزینه ۱ مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطه A, B و C در نظر می گیریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = 10 \frac{m}{s} \\ \Delta t_1 \\ \Delta x_1 = \frac{5}{6}x \end{cases} \quad \begin{cases} (v_{av})_{BC} = 4 \frac{m}{s} \\ \Delta t_2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{6}x \end{cases}$$



$$(v_{av})_{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{(v_{av})_{AB}} + \frac{\Delta x_2}{(v_{av})_{BC}}} = \frac{x}{\frac{\frac{5}{6}x}{10} + \frac{\frac{1}{6}x}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = 8 \frac{m}{s}$$

به کمک رابطه $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ برای قسمت های مختلف حرکت داریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = \frac{v_A + v_B}{2} = 10 \Rightarrow v_A + v_B = 20 \frac{m}{s} & (1) \\ (v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{2} = 4 \Rightarrow v_B + v_C = 8 \frac{m}{s} & (2) \\ (v_{av})_{AC} = \frac{v_A + v_C}{2} = 8 \Rightarrow v_A + v_C = 16 \frac{m}{s} & (3) \end{cases}$$

به کمک این سه معادله داریم:

$$(1) - (2) : (v_A + v_B) - (v_B + v_C) = 20 - 8 \Rightarrow v_A - v_C = 12 \quad (4)$$

$$(4) + (3) : (v_A + v_C) + (v_A - v_C) = 16 + 12 \Rightarrow 2v_A = 28 \Rightarrow v_A = 14 \frac{m}{s}$$

۲۹۱ گزینه ۲ چون متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = 16m$ و در لحظه t در مکان $x = 36m$ قرار دارد، با استفاده از معادله $v = 2\sqrt{x}$ می توان نوشت:

$$v = 2\sqrt{x} \xrightarrow{x_0=16m} v_0 = 2\sqrt{16} \Rightarrow v_0 = 2 \times 4 = 8m/s$$

$$v = 2\sqrt{x} \xrightarrow{x_0=36m} v = 2\sqrt{36} \Rightarrow v = 2 \times 6 = 12m/s$$

حال با استفاده از معادله مستقل از شتاب، t را می یابیم:

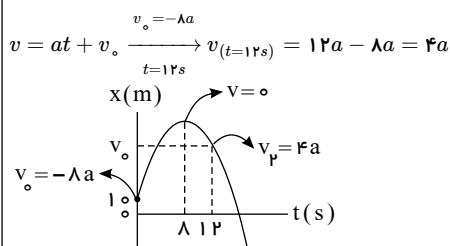
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 36 - 16 = \frac{12 + 8}{2}(t - 0) \Rightarrow t = 2s$$

۲۹۲ گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت یا نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است که در این صورت بردار سرعت اولیه و شتاب با یکدیگر هم جهت هستند و یا متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. یا نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است که در این صورت بردار سرعت اولیه و شتاب خلاف جهت همدیگر هستند. از آن جا که در ۱۲ ثانیه ابتدای حرکت، ۴ ثانیه نوع حرکت متحرک تندشونده است، بنابراین ۸ ثانیه ابتدای حرکت نوع حرکت متحرک کندشونده است و در لحظه $t = 8s$ جهت حرکت متحرک عوض می شود. بنابراین نمودار مکان - زمان متحرک مطابق شکل زیر است.

بنابراین سرعت متحرک در لحظه های $t = 0$ و $t = 12s$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=8s} v = 0 \Rightarrow v_0 = -8a$$

فیزیک دوازدهم فصل یک



اکنون با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = v_0 - 10 = 60m, \Delta t = 10s, v_1 = v_0 = -10a, v_2 = v_{t=10s} = 10s} \frac{-10a + 10a}{10} = \frac{60}{10} \Rightarrow a = \frac{-60}{10} \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=10s, v_0 = -10a} v = 10a - 10a = 0 \xrightarrow{a = -\frac{60}{10} \frac{m}{s^2}} v = -6 \frac{m}{s} \Rightarrow |v| = 6 \frac{m}{s}$$

۲۹۳ گزینه ۴ ابتدا به کمک معادله مکان - زمان در حرکت ثابت، سرعت را در نقطه A محاسبه می کنیم، داریم:

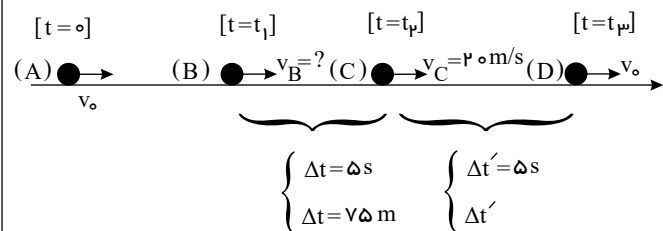
$$\Delta x_{AB} = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \Rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 + v_A \times 8 \Rightarrow v_A = 12 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت، داریم:

$$v_A = at' + v_0 \Rightarrow 12 = 2 \times t' + 0 \Rightarrow t' = 6s$$

۲۹۴ گزینه ۲

گام اول: حرکت شتابدار با شتاب ثابت بر خط راست است. مدت ۵s یک بازه زمانی که ابتدا و انتهای این بازه زمانی در متن سؤال مشخص نشده است. فرض کنیم این بازه زمانی بین لحظه های t_1 و t_2 باشد:



گام دوم: ابتدا تبدی متحرک در مکان (B) و سپس شتاب حرکت (a) را می یابیم:

$$(B \rightarrow C) : \Delta x = \left(\frac{v_B + v_C}{2} \right) (\Delta t) \Rightarrow 75 = \left(\frac{v_B + 20}{2} \right) (5) \Rightarrow v_B + 20 = 30 \Rightarrow v_B = 10 \frac{m}{s} \rightarrow a = \frac{\Delta v_{BC}}{\Delta t_{BC}} = \frac{20 - 10}{5} = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم:

$$(C \rightarrow D) : \begin{cases} (v_{av})_{CD} = \left(\frac{v_D + v_C}{2} \right) = \left(\frac{20 + 20}{2} \right) = 20 \frac{m}{s} \\ v_D = v_C + a\Delta t' = 20 + 2 \times 5 = 30 \frac{m}{s} \end{cases}$$

۲۹۵ گزینه ۳ چون در ۵ ثانیه اول حرکت، تبدی متوسط بزرگتر از اندازه سرعت متوسط است، در نتیجه حتماً متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت، تغییر جهت حرکت داده است.

بنابراین بعد از لحظه $t = 5s$ حرکت متحرک الزاماً تندشونده است ولی برای زمان های قبل از آن، اظهار نظر قطعی نمی توان کرد.

۲۹۶ گزینه ۴ چون در دو ثانیه دوم حرکت جابه جایی متحرک برابر صفر است، پس در لحظه $t = 3s$ متحرک تغییر جهت داده است.

با استفاده از معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

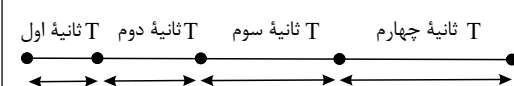
$$\Delta x_{t \rightarrow 4} = \Delta x_4 - \Delta x_t = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}a \times 4^2 + v_0 \times 4 \right) - \left(\frac{1}{2}a \times 3^2 + v_0 \times 3 \right) = 0 \Rightarrow 6a + 4v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = -3a$$

$$\Delta x_{t \rightarrow 6} = \Delta x_6 - \Delta x_t = \left(\frac{1}{2}a \times 6^2 + v_0 \times 6 \right) - \left(\frac{1}{2}a \times 4^2 + v_0 \times 4 \right) = 10a + 4v_0 \xrightarrow{v_0 = -3a} \Delta x_{t \rightarrow 6} = 10a + 4(-3a) = 4a$$

$$|a| = 2 \frac{m}{s^2} \rightarrow |\Delta x_{t \rightarrow 6}| = 4 \times 2 = 8m$$

۲۹۷ گزینه ۲

با توجه به رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت که به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ است. اگر مسیر حرکت را به بازه های زمانی T ثانیه ای تقسیم کنیم، جابه جایی در T ثانیه m از رابطه زیر به دست می آید:



$$\Delta x_n = \frac{1}{2}(\nu n - 1)aT^\nu + v_0 T \xrightarrow[n=\nu, n'=\nu]{T=\nu s} \frac{1\nu}{9} = \frac{\frac{\nu}{2}a(\nu)^\nu + v_0(\nu)}{\frac{\nu}{2}a(\nu)^\nu + v_0(\nu)} \Rightarrow v_0 = \nu a$$

که در بین گزینه‌ها، فقط گزینهٔ «۲» در رابطهٔ $v_0 = \nu a$ صدق می‌کند.

۲۹۸ گزینه ۱ روش اول: با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان در دو ثانیهٔ دوم ($t_\nu = \nu s, t_1 = \nu s$) شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_\nu - \Delta x_\nu = \nu\lambda \Rightarrow \left(\frac{1}{2}a \times (\nu)^\nu + 10 \times \nu\right) - \left(\frac{1}{2}a(\nu)^\nu + 10 \times \nu\right) = \nu\lambda \Rightarrow \nu a + \nu_0 = \nu\lambda \Rightarrow a = \frac{1\nu}{3} \frac{m}{s^\nu}$$

به همین طریق جابه‌جایی در سه ثانیهٔ سوم را حساب می‌کنیم ($t_\nu = \nu s, t_1 = \nu s$):

$$\Delta x_9 - \Delta x_\nu = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1\nu}{3} \times (9)^\nu + 10 \times 9\right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1\nu}{3} (\nu)^\nu + 10 \times \nu\right) = \nu\nu 9 - 1\nu\nu = 1\nu\delta m$$

حال سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1\nu\delta}{3} = \nu\delta \frac{m}{s}$$

روش دوم: از رابطهٔ جابه‌جایی در t ثانیه‌ی m م استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^\nu(\nu n - 1) + v_0 t$$

$$\text{دو ثانیهٔ دوم: } \nu\lambda = \frac{1}{2}a \times (\nu)^\nu(\nu \times \nu - 1) + 10 \times \nu \Rightarrow a = \frac{1\nu}{3} \frac{m}{s^\nu}$$

$$\text{سه ثانیهٔ سوم: } \Delta x = \frac{1}{2} \times \frac{1\nu}{3} \times (\nu)^\nu(\nu \times \nu - 1) + 10 \times \nu \Rightarrow \Delta x = 1\nu\delta m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1\nu\delta}{3} = \nu\delta \frac{m}{s}$$

۲۹۹ گزینه ۲ نکته: در حرکت شتابدار با شتاب ثابت، جابه‌جایی در ۱ ثانیهٔ منتهی به لحظهٔ $t_1 + n$ برابر است با:

$$\frac{a(\nu n - 1)}{2} + v_1 = \Delta x$$

با فرض $v_1 = 0$ و $t_1 = 0$ داریم:

$$\Delta x = \frac{a(\nu n - 1)}{2} = \frac{\nu\nu(\nu \times \nu - 1)}{2} = \nu\nu, 1m$$

۳۰۰ گزینه ۱ از رابطهٔ جابه‌جایی در t ثانیهٔ m ام با سرعت صفر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^\nu(\nu n - 1)$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_\nu} = \frac{\frac{1}{2}at^\nu(\nu \times \nu - 1)}{\frac{1}{2}at^\nu(\nu \times \nu - 1)} = \frac{\delta}{3}$$

۳۰۱ گزینه ۲ جابه‌جایی در t ثانیهٔ اول را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^\nu + v_0 t \Rightarrow \nu\delta = \frac{1}{2}a(\delta)^\nu + v_0 \times \delta$$

$$\Rightarrow \nu\delta = \frac{\nu\delta}{2}a + \delta v_0 \rightarrow 10 = \delta a + \nu v_0 (1)$$

و جابه‌جایی در t ثانیهٔ m ام را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^\nu(\nu n - 1) + v_0 t \xrightarrow[n=\delta]{t=\nu s} \nu\nu = \frac{1}{2}a(\nu)^\nu(\nu \times \delta - 1) + \nu v_0 \rightarrow \nu\nu = \nu\nu a + \nu v_0$$

$$\Delta x = \frac{v_{1\nu} + v_{\nu 0}}{2} \times \Delta t \Rightarrow \nu\nu = \frac{v_{1\nu} + v_{\nu 0}}{2} \times \nu *$$

$$\rightarrow 1\nu = 1\lambda a + v_0(\nu)$$

$$(1), (\nu) \rightarrow \begin{cases} 10 = \delta a + \nu v_0 \\ 1\nu = 1\lambda a + v_0 \end{cases}$$

$$a = \frac{\nu\nu}{\nu 1} \frac{m}{s^\nu}$$

۳۰۲ گزینه ۱ چون متحرک در پایان ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، به مکانی می‌رسد که شروع کرده، پس جابه‌جایی متحرک در این ثانیه صفر است. فرض کنید که در لحظهٔ $t = 10s$ سرعت v است. پس:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \times 10 = 0 \Rightarrow v = -v_0$$

با توجه به نتیجه به دست آمده، اندازه جابه‌جایی کل برابر است با:

$$\Delta x = 0 + (-v_0) \times 10 \Rightarrow |\Delta x| = 10v_0$$

از آنجایی که طبق نمودار، سرعت متحرک در ۵ ثانیه از v_0 به صفر می‌رسد، مسافت پیموده شده کل نیز برابر است با:

$$I = \frac{v_0 + 0}{2} \times 5 + \left| \frac{0 + (-v_0)}{2} \times 5 + (-v_0 \times 10) \right| \Rightarrow I = 2.5v_0 + 2.5v_0 + 10v_0 = 15v_0$$

$$\frac{|\Delta x|}{I} = \frac{10v_0}{15v_0} = \frac{2}{3}$$

۳۰۳ گزینه ۳ هرگاه متحرک دوباره به محل آغاز حرکت بازگردد، یعنی جابه‌جایی آن صفر است. از طرفی سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. ابتدا لحظه t_1 را به کمک تشابه مثلثاتی به دست می‌آوریم، داریم:

$$\frac{t_1 - 5}{10} = \frac{8 - t_1}{20} \Rightarrow 2t_1 - 10 = 8 - t_1 \Rightarrow 3t_1 = 18 \Rightarrow t_1 = 6s$$

در بازه زمانی صفر تا ۶s جابه‌جایی متحرک منفی و برابر است با:

$$|\Delta x_1| = S_1 = \frac{1}{2} \times (6 + 5) \times 10 = 55m \Rightarrow \Delta x_1 = -55m$$

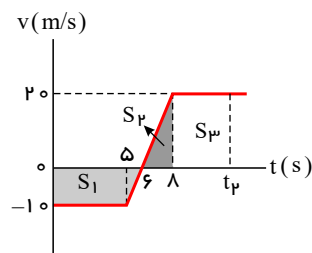
بنابراین متحرک باید بعد از لحظه $t_1 = 6s$ ، ۵۵m جابه‌جایی مثبت داشته باشد تا کل جابه‌جایی متحرک صفر شود. دقت کنید در بازه زمانی ۶s تا ۸s جابه‌جایی برابر است با:

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 20 = 20m$$

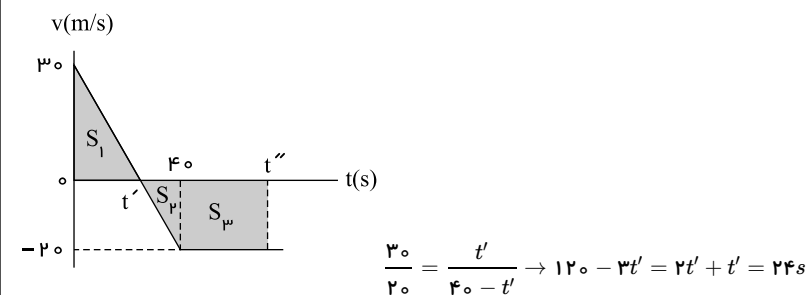
در نتیجه، لحظه موردنظر ما بعد از ۸s قرار دارد. داریم:

$$\Delta x = 0 \Rightarrow -S_1 + S_2 + S_3 = 0 \Rightarrow -55 + 20 + S_3 \Rightarrow S_3 = 35m$$

$$S_3 = (t_2 - 8) \times 20 = 35 \Rightarrow t_2 - 8 = \frac{35}{20} \Rightarrow t_2 = 9.75s$$



۳۰۴ گزینه ۲ از تشابه مثلث‌ها داریم:



$$S_1 = \frac{30 \times 24}{2} = 360 \rightarrow \Delta x_1 = 360m \rightarrow S_2 = \frac{20 \times 16}{2} = 160m \rightarrow \Delta x_2 = -160m \rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 0 \rightarrow 360 + (-160) + \Delta x_3 = 0$$

$$\rightarrow \Delta x_3 = -200m \rightarrow S_3 = 200 \rightarrow 200 = (t'' - 16) \times 20 \rightarrow t'' = 16s$$

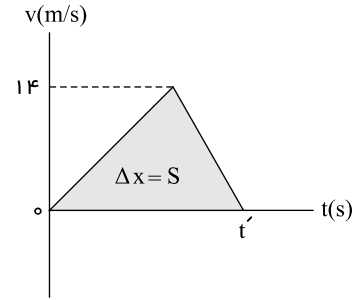
۳۰۵ گزینه ۴ با استفاده از معادله سرعت جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت سرعت متحرک را در لحظه عبور از مکان $x = 14m$ به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow \begin{cases} v_0 = 0, a = 2 \frac{m}{s^2} \rightarrow v^2 = 0 + 2 \times 2 \times 14 = 56 \rightarrow v = 7.48 \frac{m}{s} \\ \Delta x = 14m \end{cases}$$

حال نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:

فیزیک دوازدهم فصل یک

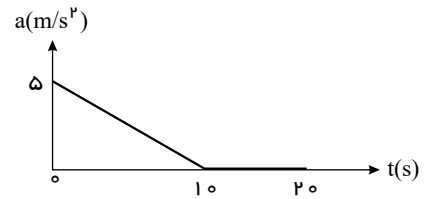
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \begin{cases} \Delta x = S \rightarrow S = \frac{14 \times t'}{2} \rightarrow v_{av} = \frac{14t'}{2t'} = \frac{14}{2} = 7 \frac{m}{s} \\ \Delta t = t' \end{cases}$$



۳۰۶ گزینه ۲ حرکت از ۲ بخش تشکیل شده است: ۱۰ ثانیه اول شتاب متغیر و ۱۰ ثانیه دوم سرعت ثابت.

با توجه به این نکته که سطح زیر نمودار $a - t$ برابر Δv است، می توان نوشت:

$$۰ - ۱۰s : \frac{5 \times 10}{2} = v_{10} - 0 \rightarrow v_{10} = v_{20} = 25 \frac{m}{s}$$



$$۰ - 20s : v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t} \rightarrow 30 = \frac{\Delta x_1 + 25 \times 10}{20} \rightarrow \Delta x_1 = 350m$$

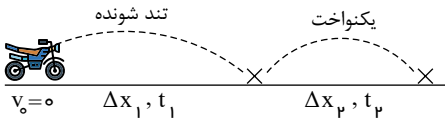
۳۰۷ گزینه ۲ با توجه به اینکه در لحظه صفر، سرعت و مکان هر دو صفر بوده اند، $x_0 = v_0 = 0$ ، معادله مستقل از زمان را دو بار استفاده می نمایم:

$$x = 0 \text{ تا } x = 2m : v_{x=2m}^2 - v_{x=0}^2 = 2a\Delta x \rightarrow v_{x=2m}^2 - 0 = 2 \times 3 \times 2 \rightarrow v_{x=2m}^2 = 12$$

سپس:

$$x = 2m \text{ تا } x = 3m : v_{x=3m}^2 - v_{x=2m}^2 = 2a'\Delta x' \rightarrow v_{x=3m}^2 - 12 = 2(-2)(1) \rightarrow v_{x=3m}^2 = 8 \rightarrow v_{x=3m} = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۳۰۸ گزینه ۳



$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 100m \text{ و } t_1 + t_2 = 20s$$

$$\text{در بخش تندشونده: } \begin{cases} v = at + v_0 \rightarrow 10 = at_1 \rightarrow a = \frac{10}{t_1} \quad (1) \\ v^2 - v_0^2 \rightarrow 10^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{(1)} 100 = 2 \times \frac{10}{t_1} \times \Delta x_1 \rightarrow \Delta x_1 = 5t_1 \quad (2) \end{cases}$$

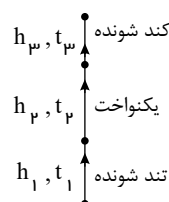
$$\text{در بخش یکنواخت: } \Delta x_2 = v_0 t_2 \rightarrow \Delta x_2 = 10t_2 \quad (3)$$

از جمع روابط (۲) و (۳):

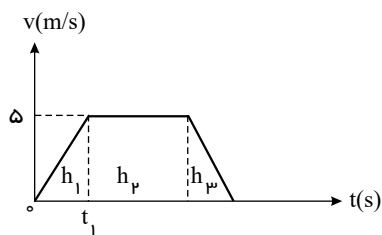
$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 5t_1 + 10t_2 \rightarrow 100 = 5t_1 + 10(20 - t_1) \rightarrow 5t_1 = 100 \rightarrow t_1 = 20s \xrightarrow[(1)]{\text{از رابطه}} a = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

۳۰۹ گزینه ۴ حرکت آسانسور از ۳ بخش تندشونده، یکنواخت و کندشونده تشکیل شده است.

$$h_1 + h_2 + h_3 = 200m \quad (1)$$



حال نمودار سرعت - زمان را برای آسانسور رسم می کنیم:



با توجه به نمودار و این نکته که سطح زیر نمودار $v - t$ برابر جابه‌جایی است، خواهیم داشت:

$$h_1 = h_r \quad (۲)$$

$$\text{در بخش تندشونده: } v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x \rightarrow 5^2 - 0 = 2 \times \frac{g}{4} h_1 \rightarrow h_1 = 5m \xrightarrow{(۲),(۱)} h_r = 19.0m$$

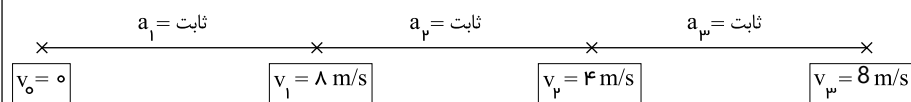
$$v = at + v_o \rightarrow 5 = \frac{g}{4} \times t_1 + 0 \rightarrow t_1 = 2s$$

$$\text{در بخش یکنواخت: } \Delta x = vt \rightarrow h_r = vt_r \rightarrow t_r = \frac{19.0}{5} = 3.8s$$

$$\text{در بخش کندشونده: } v = at + v_o \rightarrow 0 = -\frac{g}{4} t_r + 5 \rightarrow t_r = 2s$$

$$\text{کل زمان حرکت: } t_{\text{کل}} = t_1 + t_r + t_r = 2 + 3.8 + 2 = 7.8s$$

۳۱. گزینه ۴



اگر مسیر حرکتش را به صورت زیر رسم کنیم، با توجه به اینکه شتاب حرکتش در هر مرحله ثابت است، سرعت در ابتدا و انتهای هر مرحله را تعیین می‌کنیم تا نوع تندشونده یا کندشونده بودن حرکت را پیدا کنیم.

$$\text{تندشونده: } v_1 = \frac{m}{s} \text{ تا } v_o = 0$$

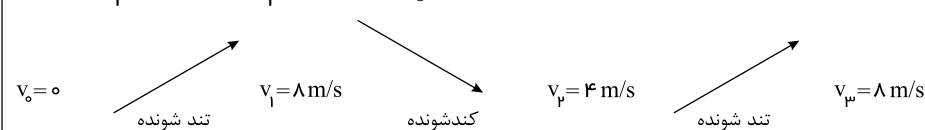
$$v_{av_1} = \frac{v_o + v_1}{2} \rightarrow 4 = \frac{0 + v_1}{2} \rightarrow v_1 = 8 \frac{m}{s}$$

$$\text{کندشونده: } v_r = 4 \frac{m}{s} \text{ تا } v_1 = 8 \frac{m}{s}$$

$$v_{av_r} = \frac{v_1 + v_r}{2} \rightarrow 6 = \frac{8 + v_r}{2} \rightarrow v_r = 4 \frac{m}{s}$$

$$\text{تندشونده: } v_r = 4 \frac{m}{s} \text{ تا } v_r = 4 \frac{m}{s}$$

$$v_{av_r} = \frac{v_r + v_r}{2} \rightarrow 6 = \frac{4 + v_r}{2} \rightarrow v_r = 8 \frac{m}{s}$$



۳۱.۱ گزینه ۲ ابتدا با استفاده از تشابه مثلث، لحظه نظیر نقطه B را به دست می‌آوریم، بدیهی است که چون B وسط خط قرار گرفته لحظه نظیر نقطه B وسط دو لحظه $1.0s$ و $1.5s$ است. یعنی:

$$t_1 = 1.25s$$

لحظه نظیر نقطه C هم که در شکل مشخص است.

$$t_r = 2.0s$$

اکنون مساحت محدود به نمودار و محور زمان را از $t_1 = 1.25s$ تا $t_r = 2.0s$ حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = S_{\text{نوزنقه}} + S'_{\text{نوزنقه}} = \left(\left(\frac{4+8}{2} \times 2.5 \right) + \left(\left(\frac{4+8}{2} \times 5 \right) \right) \right)$$

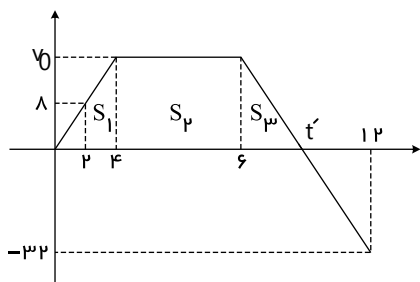
$$\rightarrow \Delta x = 37.5m$$

از تقسیم این جابه‌جایی بر زمان، سرعت متوسط به دست می‌آید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{37.5}{7.5} = 5 \frac{m}{s}$$

۳۱۲ گزینه ۴

با توجه به شکل مقابل، در لحظه t' سرعت صفر می‌شود و به دلیل ادامه حرکت، جهت حرکت عوض می‌شود. جابه‌جایی از لحظه $t = 0$ تا $t = t'$ را S_T می‌نامیم.



$$\frac{v_0}{4} = \frac{16}{2} \Rightarrow v_0 = 16 \frac{m}{s}$$

همچنین با توجه به تشابه مثلث t' را به دست می‌آوریم:

$$\frac{16}{t' - 6} = \frac{32}{12 - t'} \Rightarrow 2t' - 12 = 12 - t' \Rightarrow t' = 8s$$

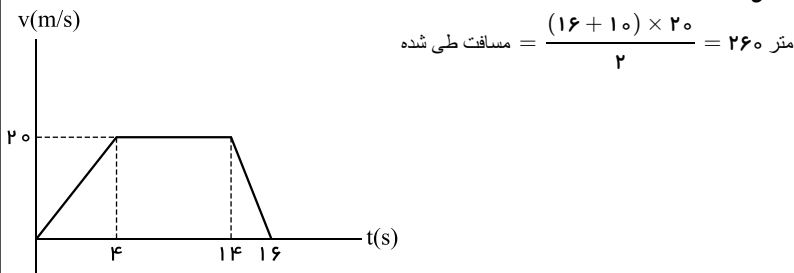
$$S_T = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow S_T = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 + 2 \times 16 + \frac{1}{2} \times 2 \times 16 \Rightarrow S_T = 32 + 32 + 16 \Rightarrow S_T = 80$$

$$\Delta x = 80 \Rightarrow x_{(As)} - x_0 = 80 \xrightarrow{x_0 = -20} x_{(As)} - (-20) = 80 \Rightarrow x_{(As)} = 60m$$

۳۱۳ گزینه ۴ معمولاً در مسائلی که متحرک در امتداد یک خط راست، چند نوع حرکت پشت سر هم انجام می‌دهد، بهتر است نمودار سرعت زمان را بکشید تا جواب آسان‌تر به دست آید.

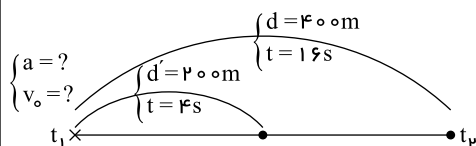
$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v = at + v_0 \Rightarrow v = 5 \times 4 = 20 \end{cases}$$

مساحت زیر نمودار سرعت از نظر عددی مقدار جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده را نشان می‌دهد:



۳۱۴ گزینه ۴

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر رسم کرده و یک‌بار معادله جابه‌جایی را در ۴ ثانیه اول و بار دیگر در کل ۱۶ ثانیه می‌نویسیم تا با حل یک دستگاه معادلات، بزرگی شتاب را بیابیم.



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

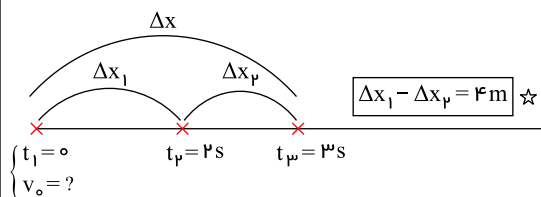
$$\begin{cases} 200 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 4v_0 \\ 400 = \frac{1}{2}a(16)^2 + 16v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 200 = 8a + 4v_0 \\ 400 = 128a + 16v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{25}{6} \frac{m}{s^2} \\ v_0 = \frac{175}{3} \frac{m}{s} \end{cases}$$

و برای تعیین بزرگی شتاب:

$$|a| = \frac{25}{6} \frac{m}{s^2}$$

۳۱۵ گزینه ۲

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر رسم می کنیم، سپس معادله جابه جایی متحرک را یک بار برای ۲ ثانیه اول و بار دیگر برای ۳ ثانیه اول می نویسیم یعنی:

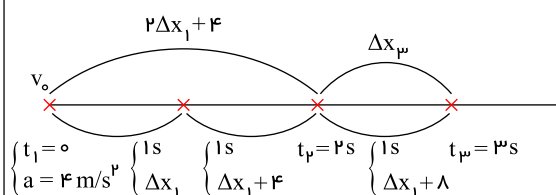


$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{a = \frac{4}{3} \frac{m}{s^2}} \begin{cases} \text{دو ثانیه اول: } \Delta x_1 = \frac{1}{2}(\frac{4}{3})(2)^2 + 2v_0 \\ \text{سه ثانیه اول: } \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{1}{2}(\frac{4}{3})(3)^2 + 3v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = 1 + 2v_0 \\ \Delta x_1 + \Delta x_2 = 1 + 3v_0 \end{cases} \xrightarrow{\Delta x_1 = 1 + 2v_0} \Delta x_2 = 1 + v_0$$

و در نهایت داریم:

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 = 4 \xrightarrow[\Delta x_2 = 1 + v_0]{\Delta x_1 = 1 + 2v_0} 1 + 2v_0 - (1 + v_0) = 4 \Rightarrow v_0 = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

روش دوم: اگر بازه های زمانی را به صورت بازه های یک ثانیه ای در نظر بگیریم، می دانیم که جابه جایی های این متحرک در بازه های زمانی مساوی و متوالی یک ثانیه ای، تشکیل یک دنباله عددی را می دهند که قدر نسبت آن $a = 4$ (شتاب حرکت) است. بنابراین داریم:



با توجه به فرض مسئله

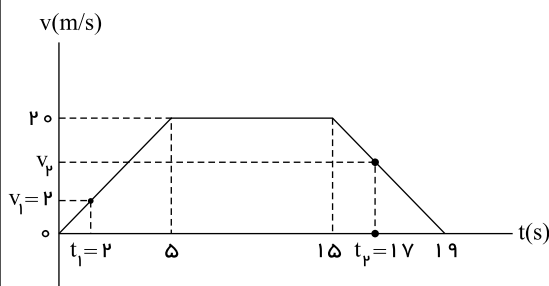
$$\rightarrow 2\Delta x_1 + 4 - (\Delta x_1 + 8) = 4 \Rightarrow \Delta x_1 = 8m$$

و در ادامه داریم:

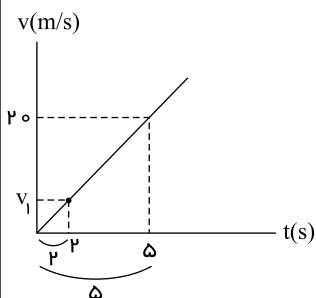
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 8 = \frac{1}{2}(\frac{4}{3})(1)^2 + v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

۳۱۶ گزینه ۳

یکی از مناسب ترین روش ها برای حل این گونه سؤالات که حرکت متحرک در چند مرحله متوالی بررسی می شود، رسم نمودار سرعت - زمان آن است. بنابراین داریم: (در پنج ثانیه اول با شتاب ثابت، حرکت تندشونده دارد، سپس به مدت ۱۰ ثانیه یعنی تا لحظه $t = 15s$ حرکت یکنواخت دارد و در نهایت در چهار ثانیه پایانی یعنی از $t = 15s$ تا $t = 19s$ حرکت کندشونده دارد و متوقف می شود).



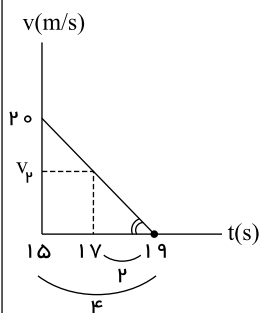
حال در پنج ثانیه اول با استفاده از تشابه دو مثلث مربوط به دو ثانیه اول و ۵ ثانیه اول مقدار v_1 را به دست می آوریم:



$$\frac{v_1}{2} = \frac{20}{5} \Rightarrow v_1 = \frac{8}{3} \frac{m}{s}$$

و در ۴ ثانیه آخر نیز به همین ترتیب:

فیزیک دوازدهم فصل یک



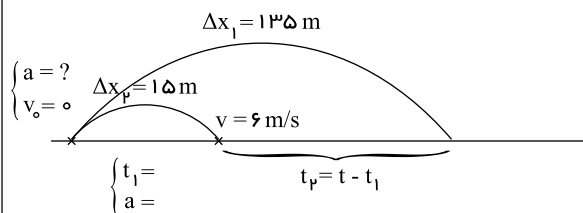
$$|\text{شیب خط}| = \frac{v_2}{2} = \frac{20}{4} \Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$

و در نهایت با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - 0}{17 - 2} \Rightarrow a_{av} = \frac{2}{15} \frac{m}{s^2}$$

۳۱۷ گزینه ۳

اگر مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر در نظر بگیریم، یک بار با نوشتن معادله مستقل از شتاب در مرحله اول، زمان مربوط به این مرحله و نیز با نوشتن معادله سرعت - جابه جایی (یا معادله مستقل از زمان) مقدار شتاب را محاسبه می کنیم. یعنی:



$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2} \times t_1 \Rightarrow 15 = \frac{6 + 0}{2} \times t_1 \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{6 - 0}{5} \Rightarrow a = 1.2 \frac{m}{s^2}$$

حال برای پیدا کردن کل زمان حرکت در پیمودن ۱۳۵ متر داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0} 135 = \left(\frac{1}{2}\right)(1.2)t^2 \Rightarrow t = 15s$$

اما برای پیمودن زمان مربوط به مرحله دوم (در سؤال گفته شده چند ثانیه دیگر) داریم:

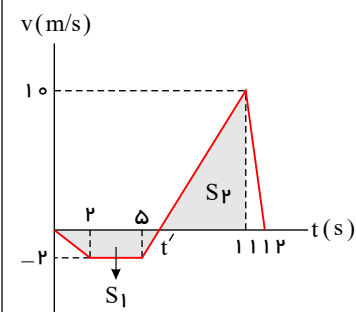
$$t_p = t - t_1 = 15 - 5 \Rightarrow t_p = 10s$$

۳۱۸ گزینه ۱ حرکت را از انتها به ابتدا در نظر می گیریم و در این حرکت برعکس، مسافت پیموده شده در ۵ ثانیه اول را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ a = 1.2 \frac{m}{s^2} \end{cases} \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 1.2 \times 5^2 = 15m$$

۳۱۹ گزینه ۲ چون در لحظه t' سرعت متحرک صفر می شود و علامت آن عوض می شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث ها، لحظه ای که سرعت صفر می شود (t') را می یابیم.

$$\frac{2}{t' - 5} = \frac{10}{11 - t'} \Rightarrow t' = 6s$$



با توجه به اینکه مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه جایی متحرک است، جابه جایی های متحرک در بازه های صفر تا ۶s و ۶s تا ۱۲s را می یابیم. داریم:

$$S_1 = \frac{6+3}{2} \times 2 \Rightarrow S_1 = 9m \Rightarrow \Delta x_1 = -9m$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$S_v = \frac{6 \times 10}{2} \Rightarrow S_v = 30m \Rightarrow \Delta x_v = 30m$$

متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = -8m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظه $t' = 6s$ برابر است با:

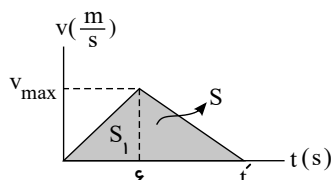
$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow -9 = x_1 - (-8) \Rightarrow x_1 = -17m$$

مکان متحرک در لحظه $t = 12s$ برابر است با:

$$\Delta x_v = x_v - x_1 \Rightarrow 30 = x_v - (-17) \Rightarrow x_v = 13m$$

پس در بازه زمانی مشخص شده، در لحظه $t' = 6s$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_1| = 17m$)

۳۲۰ گزینه ۲



مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است.

$$S_1 = \frac{6v_{\max}}{2} = 3v_{\max}, S = \frac{v_{\max} \times t'}{2}$$

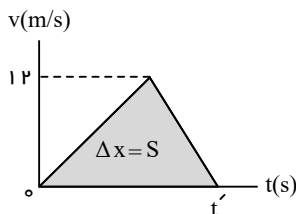
$$\frac{S_1}{S} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3v_{\max}}{\frac{v_{\max}}{2} \times t'} = \frac{1}{3} \Rightarrow t' = 18s$$

$12s = 18 - 6 =$ مدت زمانی که حرکت متحرک کندشونده است.

۳۲۱ گزینه ۴ با توجه به معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متحرک را در لحظه عبور از مکان $x = 24m$ تعیین می‌کنیم:

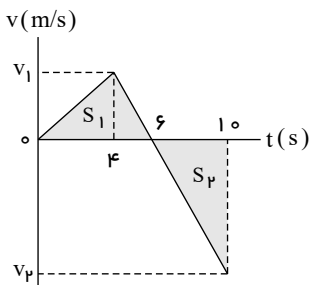
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \xrightarrow[v_0=0, a=3\frac{m}{s^2}]{\Delta x=24m} v^2 = 0 + 2 \times 3 \times 24 = 144 \Rightarrow v = 12\frac{m}{s}$$

اکنون نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = \frac{12t'}{2}]{\Delta x = S, \Delta t = t'} v_{av} = \frac{12}{2} = 6\frac{m}{s}$$

۳۲۲ گزینه ۴



می‌دانیم که در نمودار سرعت - زمان، مساحت زیر نمودار برابر با جابه‌جایی است. داریم:

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{6 \times v_1}{2} = 3v_1$$

$$\Delta x_v = -S_2 = -\frac{(10 - 6) \times |v_2|}{2} = -2|v_2|$$

از طرفی اگر قدر مطلق جابه‌جایی‌ها را جمع کنیم، مسافت طی شده به دست می‌آید.

$$\ell = S_1 + S_2 = 3v_1 + 2|v_2| = 140 \quad (1)$$

با توجه به تشابه مثلث می توانیم رابطه دیگری بین v_1 و v_2 به دست آوریم:

$$\frac{v_1}{6-4} = \frac{|v_2|}{10-6} \Rightarrow \frac{v_1}{2} = \frac{|v_2|}{4} \Rightarrow |v_2| = 2v_1 \quad (2)$$

به کمک روابط (۱) و (۲) داریم:

$$v_1 = 20 \frac{m}{s} \Rightarrow S_1 = 3v_1 = 3 \times 20 = 60m$$

$$|v_2| = 40 \frac{m}{s} \Rightarrow S_2 = 2|v_2| = 2 \times 40 = 80m$$

بنابراین:

$$v_{av} = \frac{S_1 - S_2}{\Delta t} = \frac{60 - 80}{10} = -2 \frac{m}{s}$$

۳۲۳ گزینه ۲ ابتدا جابه جایی هر کدام از اتومبیل ها در مدت ۱ ثانیه را بررسی می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} A: v_A &= 16 \frac{km}{h} = 60 \frac{m}{s} \\ B: v_B &= 18 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = v_A \times 1 = 60m \\ \Delta x_B = v_B \times 1 = 5m \end{cases}$$

در نتیجه، بعد از گذشت ۱ ثانیه، دو اتومبیل به اندازه ۵۵ متر به یکدیگر نزدیک می شوند.

$$121m = 176 - 55 = 121m \quad \text{فاصله دو اتومبیل در لحظه ترمز گرفتن}$$

معادله حرکت دو اتومبیل را می نویسیم:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + 60t$$

$$x_B = 5t + 121$$

برای اینکه دو اتومبیل به یکدیگر برخورد نکنند، معادله $x_A = x_B$ نباید ریشه حقیقی داشته باشد، بنابراین:

$$x_A = x_B \rightarrow \frac{1}{2}at^2 + 60t = 5t + 121 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + 55t - 121 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} (55)^2 - 4 \times \frac{1}{2}a \times (-121) < 0 \Rightarrow -2a \times 121 > (55)^2 \Rightarrow a < -\frac{3025}{2 \times 121}$$

$$\Rightarrow a < -12.5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| > 12.5 \frac{m}{s^2}$$

حتی به اندازه ε هم بزرگتر باشد، مورد قبول است. در جواب هم همان $12.5 \frac{m}{s^2}$ باید انتخاب گردد.

۳۲۴ گزینه ۲ هنگامی که دو متحرک به یکدیگر می رسند، برای متحرک اول ۱۰ ثانیه و برای متحرک دوم، ۸ ثانیه سپری شده است. با توجه به این که حرکت متحرک اول با سرعت ثابت و حرکت متحرک دوم با شتاب ثابت است، می توان نوشت:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 t_1 = \frac{v_2 + v_0}{2} t_2 \Rightarrow 4 \times 10 = \frac{v_2 + 0}{2} \times 8 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$

۳۲۵ گزینه ۲ ابتدا شتاب حرکت هر متحرک را محاسبه می کنیم و سپس معادله حرکت آن ها را می نویسیم:

$$\begin{cases} |a_A| = \frac{|\Delta v_A|}{\Delta t} = \frac{|25-0|}{8} = 2.5 \frac{m}{s^2} \\ |a_B| = \frac{|\Delta v_B|}{\Delta t} = \frac{|16-0|}{8} = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

چون شتاب حرکت متحرک A بیش تر است، پس مسیر A تا B را سریع تر می پیماید، بنابراین:

$$|\Delta x_A| = \frac{1}{2}a_A(t-5)^2 \Rightarrow |\Delta x_A| = \frac{25}{16}(t-5)^2$$

$$|\Delta x_B| = \frac{1}{2}a_B t^2 \Rightarrow |\Delta x_B| = \frac{1}{2} \times 2 t^2 \Rightarrow |\Delta x_B| = t^2$$

مسافت پیموده شده توسط هر دو متحرک برابر با L است، پس:

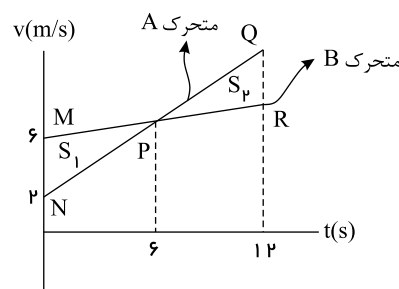
$$|\Delta x_A| = |\Delta x_B| \Rightarrow \frac{25}{16}(t-5)^2 = t^2 \Rightarrow t = 25s$$

بنابراین:

$$L = t^2 = 25^2 = 625m$$

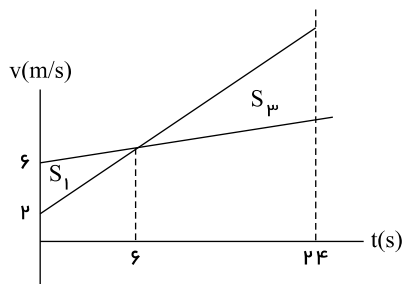
۳۲۶ گزینه ۲ نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می کنیم؛ می دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه جایی است. بنابراین مطابق شکل زیر در لحظه ای که متحرک A از متحرک B سبقت می گیرد، $S_1 = S_2$ است. از مثلث های $\triangle PQR$ و $\triangle MNP$ که با یکدیگر مشابه هستند پس در لحظه $t = 6s$ تندی دو متحرک با یکدیگر برابر می شود، در ۱۲ ثانیه اول حرکت، حداکثر فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر است با:

$$S_1 = S_p = \frac{(6-2) \times 6}{2} = 12m$$



اکنون فاصله دو متحرک را در لحظه $t = 24s$ به دست می آوریم:

$$\frac{S_p}{S_1} = \left(\frac{24-6}{6}\right)^2 \xrightarrow{S_1=12m} S_p = 9 \times 12 = 108m$$



$$t = 24s \text{ فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه } = S_p - S_1 = 108 - 12 = 96m$$

راه دوم: با استفاده از رابطه حرکت نسبی دو متحرک داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2 + (v_{oA} - v_{oB})t \xrightarrow[t=24s, v_{oA}-v_{oB}=2-6=-4 \frac{m}{s}]{\Delta x_{\text{نسبی}}=0} 0 = \frac{1}{2}(a_A - a_B) \times 24^2 - 4 \times 24 \Rightarrow a_A - a_B = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

اکنون فاصله دو متحرک را در لحظه $t = 24s$ به دست می آوریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} \times (a_A - a_B)t^2 + (v_{oA} - v_{oB})t \xrightarrow[v_{oA}-v_{oB}=-4 \frac{m}{s}, t=24s]{a_A-a_B=\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}} \Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 24^2 - 4 \times 24 = 24(8-4) = 96m$$

۳۲۷ گزینه ۱ برای اینکه دو قطاری که از روبرو به هم نزدیک می شوند کاملاً از کنار هم عبور کنند، باید مجموع اندازه جابه جایی آن ها برابر مجموع طول آن ها و فاصله میان آن ها باشد:

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = L_A + L_B + 4km$$

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 400 + 600 + 4000 = 5000m$$

حال سرعت متحرک B و همچنین اندازه جابه جایی دو متحرک را تا لحظه $t = 20s$ به دست می آوریم:

$$v_B = at + v_{oB} = 4 \times 20 + 0 = 80 \frac{m}{s} \rightarrow \Delta x_{B_1} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 400 = 800m$$

$$\Delta x_{A_1} = vt = 20 \times 20 = 400m$$

مجموع جابه جایی دو متحرک برابر ۲۰۰ متر است. بنابراین باید ۳۸۰۰ متر دیگر طی کند.

$$|\Delta x_{A_p}| + |\Delta x_{B_p}| = 3800 \Rightarrow 20(t-20) + 80(t-20) = 3800$$

$$20t - 400 + 80t - 1600 = 3800 \rightarrow 100t = 3800 + 2000$$

$$100t = 5800 \rightarrow t = 58s$$

۳۲۸ گزینه ۲ محاسبه شتاب قطار و لحظه رسیدن قطار به تقاطع:

$$v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x \rightarrow 400 - 1600 = 2a \times 300 \rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t \rightarrow 300 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 40t \rightarrow t^2 - 40t + 300 = 0 \rightarrow t = \begin{cases} 30s \\ 10s \end{cases}$$

$t = 30s$ غیر قابل قبول است، بنابراین ۱۰ ثانیه طول می کشد تا قطار به تقاطع برسد.

یا روش دوم:

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \times \Delta t \Rightarrow 300 = \frac{40 + 20}{2} \Delta t \rightarrow \Delta t = 10s$$

اتومبیل قرار است که ۵ ثانیه زودتر از قطار به تقاطع برسد. یعنی از نقطه ای که قرار دارد و هنوز افزایش سرعت نداده است، $5 - 10 = 5s$ طول می کشد تا به تقاطع برسد.

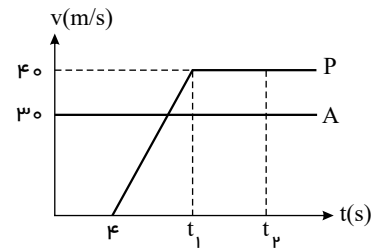
$$v = at + v_o \rightarrow 50 = a \times 5 + 30 \rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$\left(۱۴۴ \frac{km}{h} = ۴۰ \frac{m}{s}, ۷۲ \frac{km}{h} = ۲۰ \frac{m}{s}, ۱۸۰ \frac{km}{h} = ۳۰ \frac{m}{s}, ۱۸۰ \frac{km}{h} = ۵۰ \frac{m}{s} \right) \quad (\text{تذکر})$$

۳۲۹ گزینه ۳ برای درک بهتر تست، ابتدا نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم، سپس لحظه‌ای که سرعت پلیس (p) به $۴۰ \frac{m}{s}$ می‌رسد را حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \rightarrow ۴۰ = ۴t + 0 \rightarrow t = ۱۰s \rightarrow t_1 = ۴ + ۱۰ = ۱۴s$$



حال اگر قرار باشد پلیس به اتومبیل برسد باید جابه‌جایی‌های برابر داشته باشند: $\Delta x_A = \Delta x_p$ ، بنابراین:

$$۳۰t_p = \frac{(t_p - ۴) + (t_p - ۱۴)}{۲} \times ۴۰ \rightarrow t_p = ۳۶s \rightarrow \Delta x_p = ۳۰ \times ۳۶ = ۱۰۸۰m$$

تذکر ۱: فرض کردیم در لحظه t_p به A برسد.

تذکر ۲: سطح زیر نمودار $v - t$ برابر جابه‌جایی است.

۳۳۰ گزینه ۲ ابتدا معادلات حرکت هر دو متحرک را به دست می‌آوریم.

$$x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{۵۰}{۱۰}t + 0 \Rightarrow x_A = ۵t$$

$$x_B = \frac{1}{۲}a(\Delta t)^2 + v_0 \Delta t + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{۲}a(t - ۵)^2 + 0 + 0$$

$$\begin{cases} x_B = ۵۰m \\ t_B = ۱۰s \end{cases} \Rightarrow ۵۰ = \frac{1}{۲}a(۱۰ - ۵)^2 \Rightarrow a = ۴m/s^2$$

$$v = a\Delta t + v_0 = v = a(t - t_0) + v_0$$

$$v = ۴(t - ۵) + 0 \Rightarrow v = ۴۰(t - ۵۰)$$

$$t = ۱۰s \Rightarrow v = ۴(۱۰ - ۵) = ۲۰m/s$$

۳۳۱ گزینه ۳ در ابتدا معادله حرکت هر یک از دو متحرک را می‌نویسیم.

$$A \text{ متحرک: } x_A = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = ۴m, v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۶}{۸} = ۲ \frac{m}{s}} x_A = ۲t + ۴$$

$$B \text{ متحرک: } x_B = \frac{1}{۲}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{x_0 = -۱۲m} \begin{cases} \xrightarrow[t=۶s]{x=0} 0 = \frac{1}{۲}a(۳۶) + ۶v_0 - ۱۲ \\ \xrightarrow[t=۸s]{x=۲۰m} ۲۰ = \frac{1}{۲}a(۶۴) + ۸v_0 - ۱۲ \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = ۲ \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -۴ \frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow x_B = t^2 - ۴t - ۱۲$$

با توجه به نمودار که سرعت متحرک A در جهت محور است و سرعت اولیه متحرک B در خلاف جهت محور است (چرا؟)، در ابتدا دو متحرک از هم دور می‌شوند، پس از مدتی متحرک B متوقف شده و در همان جهت حرکت متحرک A حرکت می‌کنند، ولی کماکان فاصله آن‌ها از هم زیاد می‌شود تا لحظه‌ای که سرعت متحرک B با سرعت متحرک A برابر شود. از این پس فاصله آن‌ها از هم کم می‌شود. پس بیشترین فاصله آن‌ها در لحظه‌ای خواهد بود که سرعت متحرک B با سرعت متحرک A برابر شود. یعنی:

$$v = at + v_0 = ۲t - ۴ \xrightarrow[v_A=v_B]{v_A=۲ \frac{m}{s}} ۲t - ۴ = ۲ \rightarrow t = ۳s$$

در این لحظه داریم:

$$\begin{cases} x_A = ۲t + ۴ \xrightarrow[t=۳s]{} x_A = ۱۰m \\ x_B = t^2 - ۴t - ۱۲ \xrightarrow[t=۳s]{} x_B = -۱۵m \end{cases} \rightarrow d = |x_B - x_A| = ۲۵m$$

۳۳۲ گزینه ۴ ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور t را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{array}{ccc} \Delta x & \Delta t & \text{در نمودار } B: \\ ۶۰m & ۱۰s & \\ ۳۰ & \boxed{t = \frac{۳۰ \times ۱۰}{۶۰} = ۵s} & \rightarrow \text{لحظه تلاقی دو نمودار با محور } t \end{array}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

$$(A) : \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

حال برای متحرک A که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، داریم:

$$t = 5s \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a \times 5^2 + 0 \times 5 + x_0 \Rightarrow 12.5a + x_0 = 0 \quad (1)$$

$$t = 10s \Rightarrow 30 = \frac{1}{2} \times a \times 10^2 + 0 \times 10 + x_0 \Rightarrow 50a + x_0 = 30 \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 37.5a = 30 \Rightarrow a = \frac{30}{37.5} = 0.8 \frac{m}{s^2}$$

$$(2) \Rightarrow 50 \times 0.8 + x_0 = 30 \Rightarrow x_0 = -10m$$

۳۳۳ گزینه ۱ نکته ۱: در حرکت با سرعت ثابت در امتداد یک خط راست، سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه با سرعت لحظه‌ای متحرک برابر است.

نکته ۲: شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان - زمان را به هم متصل می‌کند، برابر با سرعت متوسط متحرک بین آن دو لحظه است.

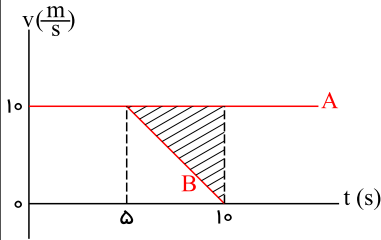
در این شکل، خط نمودار مکان - زمان مربوط به متحرکی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، همان خط واصل نمودار مربوط به متحرک A بین دو لحظه t_1 و t_2 است؛ بنابراین سرعت متحرک B با سرعت متوسط متحرک A بین این دو لحظه برابر است.

از طرفی می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک است؛ پس سرعت متحرک A در لحظه t_1 منفی و در لحظه t_2 مثبت است.

و در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$v_{avA} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow[v_2 = 9 \frac{m}{s}]{v_1 = -4 \frac{m}{s}} v_{avA} = \frac{-4 + 9}{2} = 2.5 \frac{m}{s} \rightarrow v_B = v_{avB} = 2.5 \frac{m}{s}$$

۳۳۴ گزینه ۱ یکی از ساده‌ترین راه حل‌ها، رسم نمودار سرعت - زمان این دو متحرک در یک نمودار $v - t$ است؛ یعنی:



بدیهی است، فاصله بین دو متحرک در لحظه توقف متحرک B ، با مساحت قسمت هاشورخورده برابر است؛ بنابراین داریم:

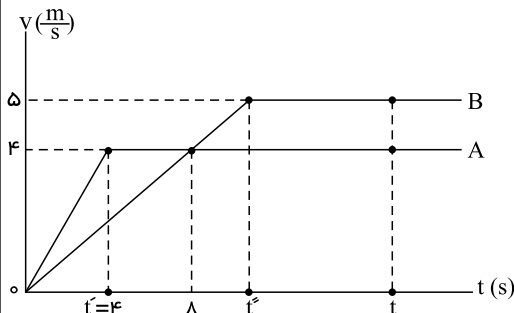
$$\Delta x = S_{v-t} = \frac{10 \times 5}{2} = 25m$$

۳۳۵ گزینه ۳ چون دو متحرک از نقطه O می‌گذرند و در لحظه‌ای که متحرک B از A سبقت می‌گیرد، هر دو در یک مکان قرار می‌گیرند، جابه‌جایی دو متحرک را مساوی قرار می‌دهیم ولی با توجه به اینکه متحرک B ، t ثانیه بعد از متحرک A ، از نقطه O می‌گذرد، داریم:

$$\begin{aligned} \Delta x_A = \Delta x_B &\Rightarrow \frac{1}{2}a_A t_A^2 + v_{0A} t = v_B t_B \xrightarrow[v_B = 10 \frac{m}{s}, t_A = t_B + t]{a_A = 1 \frac{m}{s^2}, v_{0A} = 0} \frac{1}{2}(t_B + t)^2 = 10 t_B \\ \xrightarrow{t_B = 12.8s} &\frac{1}{2}(12.8 + t)^2 = 10 \times 12.8 \Rightarrow (12.8 + t)^2 = 256 \Rightarrow 12.8 + t = 16 \Rightarrow t = 3.2s \end{aligned}$$

۳۳۶ گزینه ۳ در لحظه شروع حرکت، دو متحرک از یک مکان شروع به حرکت کرده‌اند؛ پس برای راحتی فرض می‌کنیم $x_{0A} = x_{0B} = 0$ است. از طرفی در لحظه به هم رسیدن مجدد دو متحرک، هر دو در یک مکان هستند؛ یعنی $x_A = x_B$ است. پس اگر معادله حرکت دو متحرک را بنویسیم و با هم مساوی قرار دهیم، می‌توانیم لحظه t را محاسبه کنیم.

برای متحرک A که در ۴ ثانیه اول حرکتی شتاب‌دار و پس از آن حرکتی یکنواخت دارد، داریم:



فیزیک دوازدهم فصل یک

$$A: \begin{cases} a_A = \frac{4}{2} = 1 \frac{m}{s^2} \\ x_A = \frac{1}{2} a_A t'^2 + v_{oA} t' + x_{oA} + v_A(t - t') \xrightarrow[t' = 4s, v_A = 4 \frac{m}{s}]{a_A = 1 \frac{m}{s^2}} \\ x_A = \frac{1}{2} \times 1 \times (4)^2 + 0 + 0 + 4(t - 4) \Rightarrow x_A = 4t - 8 \end{cases}$$

حال برای متحرک B، در ابتدا شتاب حرکت و پس از آن لحظه t'' را محاسبه می‌کنیم.

$$a_B = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \xrightarrow[\text{مرحله شتابدار}]{v = a_B t + v_{oB}} \Delta = \frac{1}{2} \times t'' + 0 \Rightarrow t'' = 10s$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t''^2 + v_{oB} t'' + x_{oB} + v_B(t - t'')$$

$$t'' = 10s, a_B = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \xrightarrow[v_B = 5 \frac{m}{s}]{} x_B = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (10)^2 + 0 + 0 + 5(t - 10) \Rightarrow x_B = 5t - 25$$

در آخر، در لحظه به هم رسیدن داریم:

$$x_A = x_B \xrightarrow[x_B = 5t - 25]{x_A = 4t - 8} 4t - 8 = 5t - 25 \Rightarrow t = 17s$$

۳۳۷ گزینه ۲ چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، فرض می‌کنیم که مکان اولیه آنها مبدأ مکان یعنی $x_o = 0$ باشد. چون در لحظه $t = 6s$ مجدداً به هم می‌رسند، مکان آنها یکسان است، یعنی $x_A = x_B$ است. پس معادله حرکت هر یک را می‌نویسیم. دقت کنید چون متحرک B، دو ثانیه بعد از متحرک A شروع به حرکت کرده، اگر زمان حرکت متحرک A را t فرض کنیم، زمان حرکت متحرک B دو ثانیه کمتر، یعنی $(t - 2)$ است.

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_o t + x_o \xrightarrow[x_o = 0]{x_o = 0} \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} a t^2 \\ x_B = \frac{1}{2} (a + 0.5)(t - 2)^2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t = 6s} \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} a (6)^2 \\ x_B = \frac{1}{2} (a + 0.5)(6 - 2)^2 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 18a = 4(a + 0.5) \Rightarrow a = 0.4 \frac{m}{s^2}$$

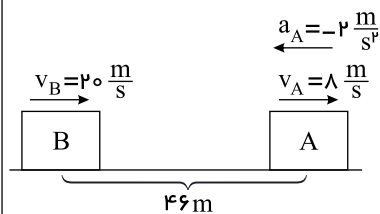
حال مکان هر یک را در لحظه $t = 10s$ محاسبه کرده و فاصله آنها را از هم می‌یابیم.

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (10)^2 \\ x_B = \frac{1}{2} \times (0.4 + 0.5)(8)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 20m \\ x_B = 28.8m \end{cases}$$

$$\Delta x = x_B - x_A = 28.8 - 20 \Rightarrow \Delta x = 8.8m$$

۳۳۸ گزینه ۲ با توجه به طولانی بودن متن سوال، سعی می‌کنیم که شکل سوال را مرحله به مرحله رسم کنیم و به تحلیل سوال بپردازیم.

در مرحله اول داریم:



دقت کنید که حرکت متحرک A کندشونده است.

در مدت یک ثانیه، جابه‌جایی هر یک را می‌یابیم.

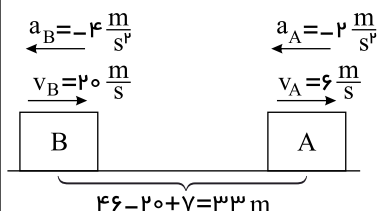
$$\Delta x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{oA} t = \frac{1}{2} (-2)(1)^2 + 8 \times 1 = 7m$$

$$\Delta x_B = v_B t = 20 \times 1 = 20m$$

پس از یک ثانیه از شروع حرکت کندشونده A داریم:

$$v_A = a_A t + v_{oA} = -2 \times 1 + 8 = 6 \frac{m}{s}$$

فیزیک دوازدهم فصل یک



از اینجا به بعد، معادله حرکت هریک را می‌نویسیم تا لحظه به هم رسیدن آنها را بیابیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{x_{\circ B} = 0}{x_{\circ A} = 33m} \rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 6t + 33 \\ x_B = \frac{1}{2}(-4)t^2 + 20t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = -t^2 + 6t + 33 \\ x_B = -2t^2 + 20t \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} -t^2 + 6t + 33 = -2t^2 + 20t$$

$$\Rightarrow t^2 - 14t + 33 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3s \\ t_2 = 11s \end{cases}$$

پس در $t_1 = 3s$ خودروی B به A می‌رسد. در این لحظه داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_B = -4 \times 3 + 20 \Rightarrow v_B = 8 \frac{m}{s}$$

سؤال: از کجا فهمیدید که در $t = 11s$ به هم نمی‌رسند؟

پاسخ: با توجه به اینکه وقتی دو متحرک در فاصله ۳۳ متری هم هستند، حرکت آنها گذشونده است، متحرک A بعد از $3s$ $t_{SA} = \left| \frac{v_{\circ A}}{a_A} \right| = \frac{6}{2} = 3s$

و متحرک B بعد از $5s$ $t_{SB} = \left| \frac{v_{\circ B}}{a_B} \right| = \frac{20}{4} = 5s$ متوقف می‌شوند؛ پس حرکت آنها کمتر از ۱۱ ثانیه طول می‌کشد.

۳۳۹ گزینه ۴ با توجه به نوع حرکت هر متحرک، معادله حرکت آنها را می‌نویسیم.

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v = 8 \frac{m}{s}, x_0 = 0} x_1 = 8t$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 7m, v_0 = 0, a = 2 \frac{m}{s^2}} x_2 = t^2 + 7$$

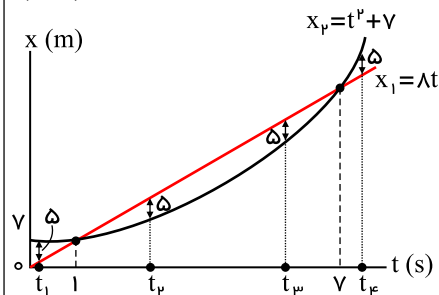
برای اینکه فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر $5m$ شود، دو حالت پیش می‌آید:

حالت اول:

$$x_2 - x_1 = 5 \rightarrow t^2 + 7 - 8t = 5 \rightarrow t^2 - 8t + 2 = 0 \rightarrow t_1 = \frac{8 + \sqrt{56}}{2} s, t_2 = \frac{8 - \sqrt{56}}{2} s$$

حالت دوم:

$$x_1 - x_2 = 5 \rightarrow 8t - t^2 - 7 = 5 \rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \rightarrow t_3 = 2s, t_4 = 6s$$

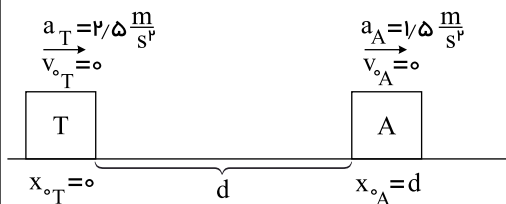


بنابراین در چهار لحظه، فاصله دو متحرک از هم به $5m$ می‌رسد.

(اگر هر دو حالت را در نظر نگیرید، به اشتباه به گزینه ۲ می‌رسید که غلط است!)

۳۴۰ گزینه ۲

در ابتدا یک شکل از وضعیت قرار گرفتن اتومبیل A و کامیون T در لحظه $t = 0$ رسم می‌کنیم.



مدت زمان حرکت اتومبیل برای جابه‌جایی ۷۵ متر را می‌یابیم.

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{\circ A} t \Rightarrow 75 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times t^2 + 0 \Rightarrow t = 10s$$

فیزیک دوازدهم فصل یک

یعنی در $t = 10s$ دو متحرک به هم می‌رسند. در این مدت، جابه‌جایی کامیون برابر است با:

$$\Delta x_T = \frac{1}{2} a_T t^2 + v_0 t \xrightarrow{\Delta x_T = d + 75} d + 75 = \frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^2 + 0$$

$$\Rightarrow d = 50m$$

حال معادله حرکت هریک را نوشته و در لحظه $t = 15s$ ، فاصله آنها را از هم، به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

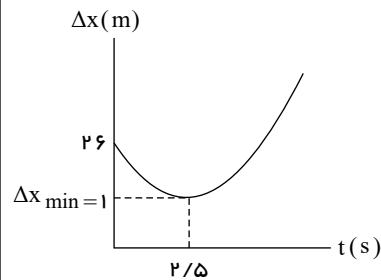
$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ x = \frac{1}{2} a t^2 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_T = \frac{1}{2} \times 2,5 \times (15)^2 \\ x_A = \frac{1}{2} \times 1,5 \times (15)^2 + 50 \end{cases}$$

$$x_T - x_A = \frac{1}{2} \times (2,5 - 1,5) \times (15)^2 - 50 \Rightarrow \Delta x = 62,5m$$

۳۴۱ گزینه ۱ در ابتدا فاصله دو متحرک را به صورت یک تابع بر حسب زمان می‌یابیم:

$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = |4t^2 - 11t + 13 - (9t - 13)| = 4t^2 - 20t + 26$$

حال نمودار این تابع را به صورت زیر ترسیم می‌کنیم:



$$\Delta x_{min} = 1m$$

با مقایسه فاصله بین دو متحرک با معادله درجه دوم، به سادگی لحظه‌ای که فاصله دو متحرک کمینه می‌شود و فاصله بین دو متحرک در این لحظه را می‌یابیم.

۳۴۲ گزینه ۱ برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازه جابه‌جایی آن‌ها تا لحظه توقف برابر با ۸۰ متر باشد. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|}, |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 80 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 80 \Rightarrow |a| = 4,1 \frac{m}{s^2}$$

۳۴۳ گزینه ۳

معادله حرکت کامیون و اتومبیل را می‌نویسیم. داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Delta x_2 = v(t - T)$$

زمانی اتومبیل به کامیون می‌رسد که جابه‌جایی‌های آن‌ها یکسان باشد. بنابراین:

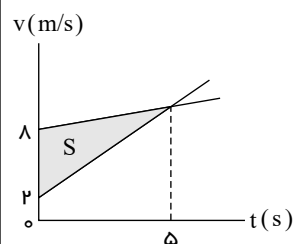
$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 = v(t - T) \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 - vt + vT = 0$$

چون طبق صورت سؤال اتومبیل فقط یک بار به کامیون می‌رسد، معادله درجه دوم فوق فقط یک جواب دارد و بنابراین دلتای آن برابر با صفر است:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-v)^2 - 4\left(\frac{1}{2}a\right)(vT) = 0 \Rightarrow v^2 - 2aTv = 0$$

$$\Rightarrow v(v - 2aT) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = 2aT \end{cases}$$

۳۴۴ گزینه ۱ با توجه به این که شتاب حرکت متحرک‌ها ثابت است و سرعت دو متحرک در لحظه $t = 5s$ یکسان می‌شود، نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم.



با توجه به این که دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده‌اند و مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با اندازه جابه‌جایی دو متحرک است، بنابراین بیشترین فاصله دو

متحرک در ۱۰ ثانیه ابتدایی حرکت در لحظه $t = ۵s$ رخ خواهد داد و برابر است با:

$$\Delta x_{\max} = S = \frac{(۸ - ۲) \times ۵}{۲} \Rightarrow \Delta x_{\max} = ۱۵m$$

۳۴۵ گزینه ۴ خودرو را متحرک (۱) و کامیون را متحرک (۲) و محل شروع حرکت (چراغ) را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. معادله‌های حرکت خودرو و کامیون برابر است با:

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}t^2$$

$$x_2 = v(t - ۴) \Rightarrow x_2 = ۹(t - ۴)$$

در لحظه‌ای که خودرو از کامیون سبقت می‌گیرد، مکان آن‌ها برابر است، بنابراین:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 = ۹(t - ۴) \Rightarrow t^2 - ۱۸t + ۷۲ = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = ۶s \\ t = ۱۲s \end{cases}$$

در لحظه $t = ۶s$ کامیون به خودرو می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد و در لحظه $t = ۱۲s$ ، خودرو به کامیون می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد.

۳۴۶ گزینه ۴ دو متحرک زمانی به هم می‌رسند که مکان آن‌ها یکسان شود. اگر Δx جابه‌جایی باشد، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow x_{0A} + \Delta x_A = x_{0B} + \Delta x_B$$

در ابتدا فرض می‌کنیم دو متحرک تا $t = ۲s$ به هم برسند:

(می‌دانیم مساحت محصور محور بین نمودار $v - t$ و محور زمان برابر جابه‌جایی است.)

$$\begin{cases} \Delta x_B = \frac{۶t \times t}{۲} = ۳t^2 \\ \Delta x_A = \frac{۴t \times t}{۲} = ۲t^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A + x_{0A} = \Delta x_B + x_{0B} \Rightarrow ۲t^2 + ۲,۵ = ۳t^2 - ۳ \Rightarrow t = \sqrt{۵,۵}s$$

پس قبل از $t = ۲s$ به هم نمی‌رسند.

حال فرض می‌کنیم دو متحرک بعد از $t = ۲s$ به هم برسند:

$$\begin{cases} \Delta x_B = \frac{۱۲ \times ۲}{۲} + (t - ۲) \times ۱۲ = ۱۲t - ۱۲ \\ \Delta x_A = \frac{۴t \times t}{۲} = ۲t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow ۲t^2 + ۲,۵ = (۱۲t - ۱۲) - ۳ \Rightarrow ۲t^2 - ۱۲t + ۱۷,۵ = 0 \Rightarrow t = \frac{+۱۲ \pm \sqrt{(-۱۲)^2 - ۴ \times ۱۷,۵ \times ۲}}{۲ \times ۲} \Rightarrow t = \frac{۱۲ \pm ۲}{۴} = ۲,۵s, ۳,۵s$$

می‌توانستیم با بررسی گزینه‌های و محاسبه جابه‌جایی متحرک تا آن لحظات و جایگذاری در رابطه $\Delta x_A + x_{0A} = \Delta x_B + x_{0B}$ ، باز هم به پاسخ صحیح برسیم.

۳۴۷ گزینه ۱ مقایسه سرعت متوسط:

با توجه به نمودار سرعت - زمان این دو متحرک، سرعت متحرک‌ها با زمان به صورت خطی تغییر می‌کند و شیب نمودارهای سرعت - زمان ثابت است. بنابراین حرکت این دو متحرک با شتاب

ثابت است؛ پس برای پیدا کردن v_{av} می‌توان از رابطه $v_{av} = \frac{v_0 + v}{۲}$ استفاده کرد:

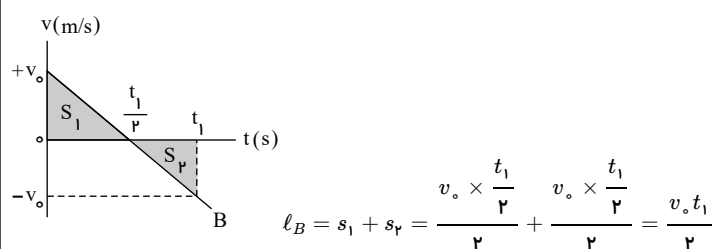
$$\left. \begin{aligned} \text{متحرک A: } v_{av} &= \frac{0 - v_0}{۲} = \frac{-v_0}{۲} \\ \text{متحرک B: } v_{av} &= \frac{v_0 - v_0}{۲} = 0 \end{aligned} \right\} |v_{av,A}| > |v_{av,B}|$$

مقایسه تندى متوسط:

چون متحرک A در بازه زمانی ۰ تا t_1 تغییر جهت نمی‌دهد، تندى متوسط آن با اندازه سرعت متوسط آن برابر است، یعنی: $v_{av,A} = |v_{av,A}| = \frac{v_0}{۲}$

متحرک B در لحظه $\frac{t_1}{۲}$ (با توجه به تقارن نمودار سرعت - زمان متحرک B)، تغییر جهت می‌دهد. (محور زمان را قطع کرده است و علامت سرعت آن تغییر کرده است). در نتیجه مسافت

طی‌شده توسط این متحرک، برابر است با:



فیزیک دوازدهم فصل یک

$$s_{av,B} = \frac{\ell_B}{\Delta t} = \frac{\frac{v_o t_1}{2}}{t_1} = \frac{v_o}{2} \Rightarrow s_{av,B} = s_{av,A}$$

۳۴۸ گزینه ۱ نمودار مکان - زمان متحرک A به صورت خط راست با شیب غیر صفر است، بنابراین سرعت آن ثابت است و می توان نوشت:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{\lambda_o - ۴o}{۴\sqrt{۲} - o} \Rightarrow v_A = ۵\sqrt{۲} \frac{m}{s}$$

نمودار مکان - زمان متحرک B به صورت یک سهمی است. با توجه به این که متحرک B از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده است ($x_{oB} = o$) و در مبدأ زمان نمودار مکان - زمان بر محور زمان مماس است ($v_{oB} = o$)، می توان نوشت:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{oB} t + x_{oB} \xrightarrow[v_{oB}=o]{x_{oB}=o} x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 \xrightarrow[x_B=\lambda_o m]{t=۴\sqrt{۲}s} \lambda_o = \frac{1}{2} a_B \times ۳۲ \Rightarrow a_B = ۵ \frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان متحرک B برابر است با:

$$v_B = a_B t + v_{oB}, v_B = v_A \xrightarrow[v_{oB}=o, a_B=۵ \frac{m}{s^2}]{v_A=۵\sqrt{۲} \frac{m}{s}} ۵\sqrt{۲} = ۵t + o \Rightarrow t = \sqrt{۲}s$$

۳۴۹ گزینه ۱

اگر مدت زمان حرکت متحرک A را t فرض کنیم، مدت زمان حرکت متحرک B برابر $(t - ۳)$ خواهد بود (B با تاخیر ۳ ثانیه ای از $x = o$ می گذرد)

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_o t + x_o \rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} \times ۲ t^2 = t^2 \\ x_B = \frac{1}{2} \times ۲ (t - ۳)^2 + ۱۵(t - ۳) \end{cases}$$

$$\text{فاصله رو متحرک} |x_A - x_B| = |9t - ۳۶|$$

از $t = o$ تا $t = ۴s$ فاصله دو متحرک کم می شود، سپس فاصله آن ها زیاد می شود.

۳۵۰ گزینه ۳ ابتدا معادله مکان - زمان متحرک را می نویسیم:

$$x_A = \frac{1}{2} a t^2 + v_{oA} t + x_{oA} \xrightarrow[v_{oA}=o]{x_{oA}=x_o} x_A = \frac{1}{2} a t^2 + x_o$$

$$x_B = v t + x_{oB} \xrightarrow{x_{oB}=o} x_B = v t$$

در لحظه ای که مکان دو متحرک یکسان می شود، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 + x_o = v t \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 - v t + x_o = o$$

چون طبق نمودار داده شده، معادله فوق دارای دو جواب در $t_1 = ۲s$ و $t_2 = ۴s$ است. بنابراین:

$$t_1 + t_2 = \frac{v}{\frac{1}{2}a} \Rightarrow \frac{v}{a} = ۳s \quad (*)$$

$$t_1 t_2 = \frac{x_o}{\frac{1}{2}a} \Rightarrow \frac{x_o}{a} = ۴s \quad (**)$$

در لحظه ای که سرعت دو متحرک برابر می شود، داریم:

$$v_A = v_B \Rightarrow a t' = v \Rightarrow t' = \frac{v}{a} \xrightarrow{(*)} t' = ۳s \quad (***)$$

مکان دو متحرک در این لحظه برابر است با:

$$x'_A = \frac{1}{2} a t'^2 + x_o \xrightarrow{(**),(***)} x'_A = \frac{1}{2} a \times (۳)^2 + x_o = ۴,۵a + ۴a \Rightarrow x'_A = ۸,۵a$$

$$x'_B = v t' \xrightarrow{(*),(***)} x'_B = (۳a) \times ۳ \Rightarrow x'_B = ۹a$$

بنابراین:

$$\frac{x'_B - x'_A}{x_o} = \frac{۹a - ۸,۵a}{۴a} = \frac{1}{۸}$$